Mathematik in der Versicherungspraxis –
Band 2

Spätschäden in der Sachversicherung

Lehrmodule mit Aufgaben und Lösungen
Sekundarstufe II

DAV
Deutsche Aktuarvereinigung e.V.

DGVFM
Deutsche Gesellschaft für Versicherungs- und Finanzmathematik e.V.

Mathematik in der Versicherungspraxis –
Band 2

Spätschäden in der Sachversicherung

Alfons Brodschelm, Viktor Turov, Jochen Wolf
Schuldidaktische Überarbeitung: Birgit Sommer

1. Auflage

Hohenstaufenring 47 - 51
50674 Köln
www.aktuar.de
info@aktuar.de
Telefon 0221/912554-0
Telefax 0221/912554-44

Alfons Brodschelm, Viktor Turov, Jochen Wolf
Schuldidaktische Überarbeitung: Birgit Sommer
Grafische Überarbeitung: Eins 64 GbR

INHALTSVERZEICHNIS

VORWORT

„Spätschäden in der Sachversicherung" ist der zweite Band der von der Deutschen Gesellschaft für Versicherungs- und Finanzmathematik e.V. (DGVFM) herausgegebenen Schulmaterialien. Die vorliegenden Materialien sind geeignet für den Einsatz in ausgewählten Schülergruppen, die entweder bereits über Grundkenntnisse in Stochastik verfügen oder bei denen zu erwarten ist, dass sie diese in kurzer Zeit erwerben können – die Materie verlangt eine sehr interessierte und engagierte Schülerschaft.

Aufgrund der teils durchaus komplexen mathematischen Zusammenhänge empfiehlt sich der Einsatz z. B. im Rahmen eines W-Seminars (zur Vermittlung der Grundkenntnisse, die für die Erstellung der Seminararbeiten nötig sind), einer Mathematik-AG der Oberstufe oder in sogenannten Enrichment-Programmen für besonders interessierte und/oder begabte Schüler/innen. Es sollte auf alle Fälle eine ausreichend lange Unterrichtssequenz eingeplant werden, wobei es der Lehrkraft überlassen bleibt, evtl. mehr mathematischen Background zu liefern oder zusätzliche Arbeitsaufträge zu geben. Allerdings ist ein gewinnbringender Einsatz auch dann möglich, wenn nicht jedes einzelne Detail, jeder einzelne Beweis durch und durch nachvollzogen werden kann. Die Materialie selbst sowie ergänzende elektronische Ressourcen stehen unter **https://aktuar.de/aktuar-werden/fuer-die-schule** zur Verfügung.

Zur weiterführenden Vertiefung werden Fachbegriffe aus dem versicherungstechnischen Bereich, die den Schülerinnen und Schülern – evtl. auch den Lehrkräften – nicht geläufig sind, umfassend in einem separaten **Glossar** am Ende erläutert. Dies wird jeweils durch ein hochgestelltes G beim Begriff angezeigt, z. B. Algorithmus^{G}. Im Glossar werden auch zum Teil verwendete Schreibweisen erklärt.

1. GRUNDLAGEN DER SPÄTSCHADENPROBLEMATIK

1.1 Ein Schadenfall in der Kraftfahrt-Haftpflicht

Das Abitur in der Tasche, verwirklicht ein Student mit seinem angesparten Geld den lange gehegten Traum von einem eigenen Auto. Der Autohändler bietet ihm an, alle Formalitäten der Zulassung zu erledigen; er braucht dazu lediglich eine EVB-Nummer (Elektronische Versicherungsbescheinigung), mit der der Nachweis der Versicherung des Fahrzeugs geführt wird. Auf dem Weg zum Versicherungsmakler macht sich unser Student Gedanken darüber, dass allein dadurch, dass er ein Kraftfahrzeug (Kfz umfasst auch Krafträder, Motorroller und Mopeds) im Straßenverkehr bewegt, Gefahren entstehen: weitere Personen (also Dritte) können geschädigt, Sachen zerstört werden.

Ein Schaden kann beispielsweise durch einen Verkehrsunfall entstehen, an dem der Student als Fahrer seines Autos die Schuld trägt, weil er z. B. die Vorfahrt missachtet hat oder für dessen Folgen er verschuldensunabhängig einzustehen hat (z. B., wenn sein geparktes Auto sich infolge einer defekten Handbremse in Bewegung setzt und in ein Schaufenster fährt). Derartige Schadenansprüche müssen durch eine gesetzlich verpflichtende **Kraftfahrt-Haftpflichtversicherung** abgesichert werden, welche folgende **Schadenarten** abdeckt:

- Personenschäden (Heilungskosten bei Personenschäden/Renten bei Invalidität)
- Sachschäden (Reparaturen an anderen Fahrzeugen oder Objekten wie etwa der Leitplanke)
- Vermögensschäden
- immaterielle Schäden, beispielsweise Schmerzensgeld

Die Kfz-Haftpflichtversicherung ersetzt auch diejenigen Ansprüche, die sich aus der Betriebsgefahr (sog. „verschuldensunabhängige Gefährdungshaftung“) ergeben. Ein Geschädigter kann die Schadenzahlung direkt vom Versicherer des Unfallverursachers einfordern. Damit läuft er keine Gefahr, im Falle der Zahlungsunfähigkeit des Unfallverursachers leer auszugehen.

Nachdem der Student bei einem Versicherungsunternehmen seiner Wahl eine passende Kfz-Haftpflichtversicherung abgeschlossen hat, spinnt er seine Gedanken über Unfallszenarien und deren Folgen weiter…

Ein möglicher **Personenschaden** in der Kfz-Haftpflicht könnte sich wie folgt ereignen:

Schadenhergang: Der Student (Versicherungsnehmer) kommt auf die Gegenfahrbahn und kollidiert mit einem entgegenkommenden Auto (Anspruchsteller). Der Geschädigte (zum Zeitpunkt des Schadens 43 Jahre alt) erleidet schwere Kopfverletzungen und einen Gehirnschaden.

Grad der Invalidität auf Dauer: 100% Invalidität. Die Folge der Schädigung des zentralen Nervensystems sind u. a. epileptische Anfälle. Der Anspruchsteller befindet sich in stationärer Behandlung und muss in Rehabilitationsbehandlung. Anschließend wird er zu Hause von seiner Ehefrau gepflegt. Er wird oral ernährt, ist aber nicht ansprechbar.

Beruf des Anspruchstellers: Selbständiger Bäcker
Familienstand des Anspruchstellers: verheiratet, 2 minderjährige Kinder
Monatlicher Bruttoverdienst des Anspruchstellers: rund 7.000€

Kalkulation der einzelnen Schadenpositionen:

Verdienstausfall	3.200.000€
Pflegekosten	2.400.000€
Schmerzensgeld	750.000€
Vermehrte Bedürfnisse	450.000€
Sonstige Kosten (Kuren, etc.)	200.000€
Gesamt	**7.000.000€**

Hier sieht man bereits sehr eindrucksvoll, dass Schäden sehr teuer werden können. Ohne eine Kfz-Haftpflichtversicherung wäre es für den Studenten kaum möglich, die Ansprüche des Geschädigten zu begleichen.

Für das Versicherungsunternehmen ist der Schadenfall mit der erstmaligen Aufstellung der obigen Schadenpositionen nicht abgeschlossen. Wer weiß, ob sich dieser Schaden in der Zukunft aufgrund des medizinischen Fortschritts oder durch Änderungen der gesetzlichen Regelungen noch verteuert? Möglich ist auch, dass die Auswirkungen eines derartigen Schadenfalls zunächst unterschätzt wurden und sich der Gesundheitszustand des Geschädigten im Laufe der Zeit stark verschlechtert. Somit können auch nach vielen Jahren noch entsprechende Ansprüche aus dem Schadenfall angemeldet werden, die das Versicherungsunternehmen regulieren muss. Diese Situation beschreibt man häufig als **Spätschadenproblematik**[G].

Nun spielt der Student einige Szenarien durch: Überlebt der geschädigte Bäcker seine schweren Verletzungen, so erhöhen sich auch einige Schadenpositionen (wie Verdienstausfall und Pflegekosten), die alle von der Versicherung gedeckt werden. Was passiert, wenn sich der Gesundheitszustand des Bäckers weiter verschlechtert, sodass er nicht mehr zu Hause von seiner Frau gepflegt werden kann, sondern eine Vollversorgung in einem Pflegeheim benötigt? In diesem Fall wird das Versicherungsunternehmen deutlich höhere Schadenzahlungen als die prognostizierten 7.000.000€ leisten, denn Unterbringung, Pflegekosten und medizinische Behandlung sind sehr teuer und steigen sogar regelmäßig schon allein wegen der Inflation. Womit ist aber im tragischsten Fall zu rechnen, wenn der Bäcker seinen Verletzungen erliegt? Der Student bemerkt, dass ein Versicherungsvertrag kein menschliches Leid ausgleichen, sondern nur finanzielle Folgen regeln kann. Im Todesfall entfallen die Pflegekosten zu einem großen Teil, sodass die Schadenzahlungen wahrscheinlich deutlich geringer als 7.000.000€ ausfallen.

Man sieht: Diese Unsicherheiten sind ein schwer abschätzbares Risiko für alle Beteiligten. Dazu kommt noch, dass Versicherungsunternehmen viele derartige Personenschäden in der Kraftfahrtversicherung im Bestand haben. Diese Schadenproblematik gibt es jedoch in allen Bereichen der Haftpflichtversicherung, also auch in der privaten oder beruflichen Umgebung. Die meisten Haftpflichtversicherungen sind zwar freiwillig, in besonders risikoträchtigen Bereichen (wie Kraftfahrt- oder Jagdhaftpflicht) besteht allerdings eine Versicherungspflicht.

1.2 Ein Umweltschaden

Neben solchen stark personengebundenen Schadenfällen haben Industrieunternehmen ein hohes Risiko von **Allgemeinen Haftpflichtschäden** verschiedenster Art. Ein Chemie-Unternehmen stellte zum Beispiel Chemikalien zur Produktion von Feuerlöschmittel für die Feuerwehr her. Diese Chemikalien basierten auf dem chemischen Element Fluor, das früher sehr oft in der Industrie dank seiner großen Hitzestabilität eingesetzt wurde. Erst Jahre später wurde entdeckt, dass Fluor krebserregend ist und folglich die Verwendung verboten.

Schadenhergang: Die Chemiefirma hat bis Ende der neunziger Jahre auf einem speziellen Gelände fluorhaltiges Feuerlöschmittel getestet. Die Umweltbehörde hat erst im Jahr 2010 in den Boden- und Grundwasserproben in der Nähe des Testgeländes einen hohen Anteil an Fluor entdeckt. Das Unternehmen wurde daraufhin auf Schadenersatz verklagt.

Art des Schadens: Kontamination des Grundwassers

Höhe des Schadens: Die Umweltexperten schätzen den Schaden auf einen zweistelligen Millionenbetrag. Die Sanierungsmaßnahmen wurden geplant, aber noch nicht umgesetzt. Die endgültige Schadenhöhe wird erst viel später bekannt, da mit vielen Schadenklagen zu rechnen ist. Das Chemie-Unternehmen hat allerdings eine **Industriehaftpflichtversicherung** bei einer Versicherungsgesellschaft abgeschlossen und arbeitet mit dieser bei der Schadenregulierung zusammen. Ohne eine derartige Haftpflichtversicherung könnte das Chemie-Unternehmen schnell in finanzielle Probleme geraten.

Bei diesem Schaden handelt es sich um einen echten Spätschaden: Der Schaden wurde dem Versicherer erst nach über zehn Jahren gemeldet. Obwohl bisher weder Schadenhöhe noch Schuld des Unternehmens endgültig geklärt wurden, muss der Haftpflichtversicherer eine Rückstellung für den Schaden bilden, d. h. Geldmittel für die Schadenregulierung bereithalten.

Mathematischer Modellierungsansatz für Rückstellungen 1.3

Unser Personen- und Umweltschaden sind lediglich zwei Beispiele für Schadenfälle, für die Zahlungen zu leisten sind, die sich über einen Zeitraum von mehreren Jahren erstrecken können. In einem Versicherungsunternehmen gehen jedes Jahr sehr viele Meldungen unterschiedlichster Schadenfälle ein, welche allesamt reguliert werden müssen. Dies bedeutet, dass nach Prüfung des Schadenfalls fällige **Zahlungen** unverzüglich an die Anspruchsteller zu leisten und für zukünftige Entschädigungen (z. B. für zu erwartende Folgeschäden oder Rentenzahlungen) **Rückstellungen**[G] (auch Reserven genannt) zu bilden sind. Häufig werden Rückstellungen nach reinen Schaden- und Rentenrückstellungen unterschieden und auch getrennt gestellt. Da das endgültige Ausmaß des Schadens manchmal erst nach einer langwierigen juristischen Klärung feststeht bzw. Renten regelmäßig bis zum Lebensende eines Geschädigten gezahlt werden, kann sich eine endgültige Regulierung von Schäden über Jahrzehnte hinziehen. Somit müssen Versicherungsunternehmen in ihren Beständen auch regelmäßig sehr „alte“ Schadenfälle regulieren.

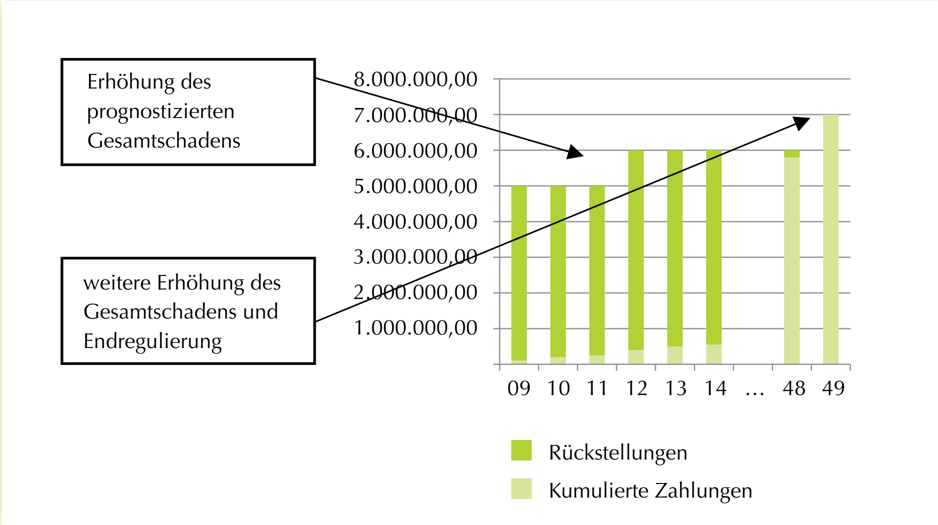
__Rückstellungen__ werden gebildet, um künftige ungewisse Zahlungsverpflichtungen erfüllen zu können. Eine Rückstellung zu bilden, bedeutet, Geld zurückzulegen/zu reservieren, mit dem später die Zahlungen beglichen werden. Ausführliche Definition auf Seite 45.

Um die Schadenabwicklung, d. h. den zeitlichen Ablauf der Zahlungen und der Reservestellung zu beschreiben, merkt man sich zunächst das **Ereignisjahr (EJ)** – also das Jahr, in dem der Schaden (z. B. Unfall) eingetreten ist. Die Jahre bis zur vollständigen Regulierung des Schadens heißen **Folgejahre (FJ)** oder auch **Abwicklungsjahre**. In den Folgejahren werden Schadenzahlungen geleistet bzw. Reserven gestellt. Oft wird bereits im Ereignisjahr eine erste Schadenzahlung geleistet. Daher ist das Ereignisjahr gleich dem ersten Folgejahr.

Alle Zahlungen bzw. Reserven für einen einzelnen Schadenfall können einem Ereignisjahr und einem Folgejahr (Abwicklungsjahr) zugeordnet werden. Betrachtet man das aktuelle Jahr – z. B. 2014 – als Beobachtungszeitpunkt für **alte** Schäden, so können das Ereignisjahr und die jeweiligen Folgejahre **in der Vergangenheit** liegen. Dann steht natürlich fest, welche Reserve gestellt bzw. welcher Betrag gezahlt wurde. Folgejahre können aber auch in der Zukunft liegen, wobei wir uns dann für eine sinnvolle Prognose interessieren.

Dieses Geschehen kann für einen Schaden, der im Jahr 2009 entstanden ist und dessen Gesamtschaden zunächst auf 5.000.000€ geschätzt, im Jahr 2012 auf 6.000.000€ und schließlich zum Endstand (z. B. nach 40 Jahren) im Jahr 2049 auf 7.000.000€ korrigiert wurde, beispielsweise folgendermaßen dargestellt werden:

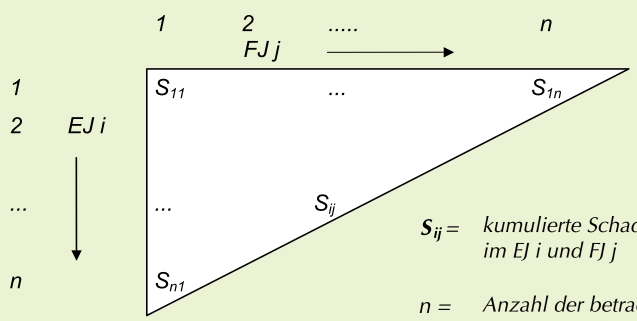
Ereignisjahr EJ	Folgejahr 1	Folgejahr 2	Folgejahr 3	Folgejahr 4	Folgejahr 5	Folgejahr 6	usw.	Folgejahr n
	2009	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**		**Endstand z. B. 2049**
Zahlung aktuell	100.000	100.000	50.000	150.000	100.000	50.000		0
Zahlung (kumuliert)	100.000	200.000	250.000	400.000	500.000	550.000		7.000.000
Reserve	4.900.000	4.800.000	4.750.000	5.600.000	5.500.000	5.450.000		0
Gesamtschaden	**5.000.000**	**5.000.000**	**5.000.000**	**6.000.000**	**6.000.000**	**6.000.000**		**7.000.000**



*In einem **Abwicklungsdreieck** werden die bisher geleisteten Zahlungen bzw. verursachten Aufwendungen für Schadenfälle einer bestimmten Anzahl von Jahren aufgeführt.*

Berücksichtigt man schließlich alle Schäden eines Bestandes und aggregiert[G] die jeweils zusammengehörigen Beträge für die entsprechenden **Ereignis-** und **Folgejahre**, so erhält man in der Regel ein sog. **Abwicklungsdreieck**[G] (run-off pattern), das für obige Tabelle wie folgt dargestellt werden kann:

Abwicklungsdreieck (run-off pattern):



S_{ij} = *kumulierte Schadenlast im EJ i und FJ j*

n = *Anzahl der betrachteten Jahre (meist ist nach n Jahren reguliert)*

Bemerkung: Die Hauptdiagonale (rechts oben nach links unten) bildet jeweils die Beträge im aktuellen Beobachtungsjahr ab!

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass sämtliche Schäden eines EJes nach spätestens n Jahren **vollständig reguliert** sind (d. h. zu 100% bezahlt), und dass seit **mindestens *n* Jahren** die Schadenerfahrung vorliegt – also die Anzahl der EJ gleich der Anzahl der FJ ist. Hierbei stößt man auf das Problem, dass die auf der Hauptdiagonale (aktuelles **Beobachtungsjahr**[G] – s.o.) stehenden letzten bekannten Stände einen **unterschiedlichen Abwicklungsstand der verschiedenen EJe** widerspiegeln. In den „jüngsten" (d. h. den aktuellsten) EJen werden echte Spätschäden noch gar nicht berücksichtigt sein, während sie in den Lasten der „ältesten" EJe unter Umständen bereits voll eingerechnet sind. Die Stände in der Hauptdiagonale sind also nicht ohne Weiteres miteinander vergleichbar.

*Das **Beobachtungsjahr** bezeichnet ein Kalenderjahr (oder ein Wirtschaftsjahr), in dem Schadenaufwendungen/-zahlungen für mehrere Ereignisjahre beobachtet werden. Im Abwicklungsdreieck zeigt die Hauptdiagonale das aktuelle Beobachtungsjahr; vorangegangene Beobachtungsjahre stehen auf den Nebendiagonalen.*

Man muss mithilfe der Information, die das Schadendreieck über den zeitlichen Verlauf der Schadenabwicklung enthält, versuchen, **die aktuellen Schadenstände auf der Hauptdiagonalen auf einen festen vergleichbaren Abwicklungsstand zu projizieren**. Hier bietet sich konkret die Projektion auf den Zeitpunkt an, wenn alle Schadenzahlungen geleistet sind, also auf den zu erwartenden Endstand im FJ n. Grafisch heißt dies, obiges **Dreieck zu einem Viereck zu ergänzen** (bzw. die fehlenden S_{ij} zu bestimmen).

Ein allgemeingültig bestes Spätschadenverfahren gibt es nicht. Welches jedoch am ehesten geeignet ist, die zu erwartende Spätschadenbelastung hinreichend genau abzuschätzen, ist vielmehr durch einen eingehenden Vergleich der jeweilig gegebenen Datensituation des vorliegenden Bestandes mit den von der Methode an sie gerichteten Anforderungen zu entscheiden. So fordern spätschadenbelastete Bestände, deren Entschädigungszahlungen starken Schwankungen unterliegen (z. B. Architektenhaftpflicht), i. A. andere Methoden als Kollektive, in denen sich das Geschäft relativ gleichmäßig bewegt (z. B. Privathaftpflicht). Auch die unterschiedliche Einwirkung von Teuerungseinflüssen – wie z. B. die enormen Kosten modernster medizinischer Technik – auf Spätschäden hat erheblichen Einfluss auf die Auswahl des passenden Verfahrens.

In Kapitel 2 werden wir detailliert auf die entsprechenden Methoden zur Berechnung der Spätschadenproblematik eingehen.

1.4 Rechtliche Grundlage und Gliederung der Rückstellungen

Wir haben u. a. im einführenden Beispiel gesehen, dass sich Zahlungen für Schadenfälle auf einen Zeitraum von mehreren Jahren erstrecken können. Was bedeutet es, dass Prämieneinnahme und Schadenzahlungen zeitlich auseinanderfallen? Blieben die späteren Zahlungen des Versicherungsunternehmens in der Bilanz des Jahres, in dem die Prämie vereinnahmt wird, unberücksichtigt, hätte dies den Ausweis eines zu hohen Jahresgewinns zur Folge, der mit höheren Steuern, Dividenden für Aktionäre und Beitragsrückerstattungen für Versicherungsnehmer verbunden wäre. Somit würden Finanzmittel abfließen, die zur späteren Regulierung von Schäden noch benötigt werden.

Um dies zu verhindern, ist der durch die Spätschäden verursachte Regulierungsaufwand zum Bilanzstichtag (meist der 31.12.) zu schätzen und in die Spätschadenrückstellung einzustellen, also quasi „auf die hohe Kante zu legen". Die Bildung der Spätschadenrückstellung reduziert dadurch zunächst den bilanziellen Gewinn in dem Jahr der Prämieneinnahme. Wird die Spätschadenreserve in den FJen für Schadenzahlungen verwendet, so gleichen sich die Auflösung der Reserve und die Versicherungsleistungen in der Gewinn- und Verlustrechnung aus. Die Spätschadenrückstellung zielt somit auf eine periodengerechte Abgrenzung von Erträgen und Aufwänden ab.

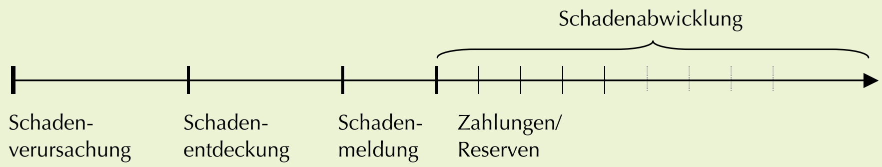
Versicherungstechnische Rückstellungen dürfen auch insoweit gebildet werden, wie dies nach vernünftiger kaufmännischer Beurteilung notwendig ist, um die dauernde Erfüllbarkeit der Verpflichtungen aus den Versicherungsverträgen sicherzustellen. Hieraus ergibt sich, dass die aus den Spätschäden resultierenden Zahlungsverpflichtungen mit dem sogenannten **Erfüllungsbetrag** anzusetzen sind, der nach vernünftiger Einschätzung ausreicht, die späteren Verpflichtungen zu erfüllen, und daher die bis zur Meldung des Versicherungsfalls wirksam werdende Teuerung der Entschädigungsleistung, also der Zahlungen an den Versicherungsnehmer, mitberücksichtigen muss.

*Ein **IBNR**-Schaden ist ein Schaden, der bereits eingetreten ist, von dem das Versicherungsunternehmen aber noch keine Kenntnis erlangt hat bzw. dessen Höhe es noch nicht kennt und daher noch keine ausreichende Rückstellung gebildet hat.*

Bei den Schadenreserven (**IBNR**[G]: **Incurred But Not Reported**) ist zwischen der Reserve für bereits **eingetretene und teilweise** reservierte Versicherungsfälle **(IBNER: Incurred But Not Enough Reserved)** und der **echten** Spätschadenreserve **(IBNYR: Incurred But Not Yet Reported)** für am Bilanzstichtag noch unbekannte Schadenfälle zu unterscheiden. Die Höhe der voraussichtlichen Leistungen für letztere kann definitionsgemäß nicht durch Einzelfallprüfung, sondern muss mit mathematischen Schätzverfahren ermittelt – also prognostiziert – werden.

Die Schwierigkeit der Spätschäden liegt darin, dass sie erst spät, d. h. nach einem Termin, zu dem sie bewertet werden müssen, bekannt bzw. gemeldet werden. Die Spanne zwischen der **Schadenverursachung** und der **Schadenentdeckung** sowie der darauffolgenden Phase von der **Schadenmeldung** bis hin zur **Schadenabwicklung** beträgt vor allem in der Haftpflichtversicherung viele Jahre oder gar Jahrzehnte.

Darstellung der Schadenentwicklung:



In eben diesen langen Zeitspannen kann sich bezüglich der anfänglichen Schadenreservierung viel ändern. Das **versicherungstechnische Risiko** ist die Gefahr, dass der tatsächlich eintretende den kalkulierten Schadenbedarf übersteigt, d. h., dass sich das den Berechnungen zugrundeliegende statistische Datenmaterial im Nachhinein als nicht mehr zutreffend herausstellt. Die Gründe für die Abweichungen lassen sich in drei Kategorien aufteilen: Man spricht von dem **Zufallsrisiko**, dem **Änderungsrisiko** und dem **Irrtumsrisiko** (manchmal auch noch von dem moralischen Risiko).

Neben der Angabe eines Schätzwertes für die Spätschadenreserve stellt sich damit auch die Frage, mit welchen Abweichungen von diesem Schätzwert zu rechnen ist. Fehlerbetrachtungen ermöglichen es, das versicherungstechnische Risiko zu quantifizieren (siehe Abschnitt 2.3). Die Spätschadenreserven sind übrigens ein Teil der gesamten Risikoreserven, die ein Versicherungsunternehmen als Puffer gegen negative Abweichungen der tatsächlichen Entwicklung von der prognostizierten unterhält. Risikoreserven setzen sich zusammen aus dem Eigenkapital, den Schwankungsrückstellungen, die dem Ausgleich des versicherungstechnischen Risikos (Änderungsrisiko) über die Zeit dient, und den Schadenreserven.

Die Versicherungsunternehmen haben zwei Möglichkeiten, auf die veränderten Umweltbedingungen zu reagieren. Sie können sich anpassen und/oder versuchen, die Auswirkungen zu **verhüten** bzw. zu **limitieren**^G. Eine Reaktionsmöglichkeit im nicht-versicherungstechnischen Bereich besteht darin, durch Erträge auf Kapitalanlagen versicherungstechnische Verluste auszugleichen. Angesichts niedriger Zinsen erscheint dies jedoch schwierig.

Empfehlung zur Vertiefung/Anwendung von Kapitel 1:
Aufgaben 1 bis 5 (s. S. 36 ff)

2. AUSGEWÄHLTE SCHADENRESERVIERUNGSMETHODEN

Auch wenn ein Versicherungsunternehmen alle Möglichkeiten nutzt, Meldeverzögerungen zu begrenzen, bleibt die Ermittlung einer Spätschadenreserve als wichtige Aufgabe bestehen, um die Zahlungsfähigkeit des Unternehmens sicherzustellen. Für diese Aufgabe sind eine Vielzahl mathematisch fundierter Schätzverfahren entwickelt worden. Eine nach dem Kriterium häufiger Verwendung in der Versicherungspraxis getroffene Auswahl dieser Verfahren wird nun im Folgenden vorgestellt.

*Während **deterministische** Ansätze nicht vom Zufall abhängig sind und im Vorgehen klar definiert sind, sind stochastische vom Zufall abhängig.*

Es gibt **deterministische**[G] Ansätze, die aus Beobachtungswerten mittels eines **Algorithmus**[G] die erwarteten künftigen Reserven berechnen, während die **stochastischen**[G] Ansätze auch die Abweichungen vom Erwartungswert berücksichtigen. Des Weiteren unterscheidet man die Schätzverfahren nach **Micro-** und **Macro**-Modellen. Erstere schätzen für jedes einzelne Risiko den Reservebedarf und summieren diese Werte für die Bilanz, letztere hingegen ermitteln die IBNR-Rückstellungen für einen gesamten Bestand.

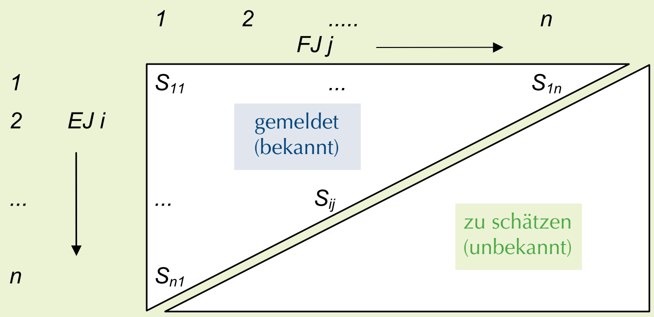
Aus der Vielzahl der Modelle werden hier nur folgende, in der Praxis häufig angewendete Verfahren vorgestellt:

- **Chain-Ladder**
- **Cape-Cod**

Im Prinzip geht es immer darum, aus den gegebenen Daten der vergangenen Jahre die zukünftigen Werte zu extrapolieren[G], also den Erwartungswert der Spätschadenrückstellungen zu ermitteln. Die gegebenen Daten liegen dabei in der Regel wieder in Form eines **Abwicklungsdreiecks D** (s. S. 12) vor und können unterschiedlich besetzt sein:

- Schadenzahlungen (jeweils einzeln pro FJ oder alternativ kumuliert pro Abwicklungsjahr) bzw. die Zahlungsquoten in Prozent der Prämie
- Gesamtschaden (also Zahlungen und Reserven gemeinsam pro FJ) bzw. die Schadenquoten in Prozent der Prämie
- Anzahl der Schäden (jeweils einzeln pro Abwicklungsjahr oder alternativ kumuliert pro Abwicklungsjahr)

Abwicklungsdreieck (run-off pattern) D:



S_{ij} = kumulierte Schadenlast im *EJ i* und *FJ j*

n = Anzahl der betrachteten Jahre (meist ist nach n Jahren reguliert)

Wir werden uns im Folgenden auf die Ermittlung der Schadenreserve für den Gesamtschaden konzentrieren. **Ziel ist es, das auf den Daten basierende Abwicklungsdreieck zu einem Quadrat zu ergänzen.** Wir betrachten nun sieben EJe und auch FJe.

Man sieht, dass hier (dies ist nicht immer so!) der Schaden in jedem Folgejahr zunimmt – diesen Effekt haben wir in Kapitel 1 schon kennengelernt.

Kumuliertes Dreieck – Gesamtschaden: (im Beobachtungsjahr 7)

EJ \ FJ	1	2	3	4	5	6	7	aktueller Ges.schaden
1	50.731.650	57.956.588	63.039.537	65.533.438	67.406.318	68.793.020	70.369.390	70.369.390
2	46.355.566	53.895.199	58.040.437	60.664.523	62.073.586	63.080.065		63.080.065
3	47.089.495	54.215.839	58.799.040	61.280.194	63.161.052			63.161.052
4	49.837.890	57.286.432	62.409.564	65.173.624				65.173.624
5	49.386.528	55.768.638	60.238.014					60.238.014
6	46.071.932	52.235.791			IBNR			52.235.791
7	47.717.359							47.717.359
Total								**421.975.295**

2.1 Chain-Ladder-Methode

*Der Name **Chain-Ladder** leitet sich von der Aufarbeitung der Daten ab, da sich diese tabellarisch wie eine Kette aufbauen und ältere Daten neuere begründen.*

Zunächst stellen wir das älteste und auch in der Praxis am häufigsten angewandte Schadenreservierungsverfahren, die **Chain-Ladder-Methode**[G], vor.

Das Ziel ist es, die endgültigen Schadenlasten S_{in} – in obigem Abwicklungsdreieck in der Spalte für Folgejahr 7 – nach vollständiger Abwicklung zu schätzen.

Dabei wird unterstellt, dass sämtliche Schäden eines EJes nach spätestens *n* Jahren **vollständig** reguliert (d. h. Reserve ist Null) sind und seit mindestens *n* Jahren die Schadenzahlungen beobachtet werden. Somit liegt obiges Abwicklungsdreieck vor. Sollte die erste Annahme in der Praxis verletzt sein, so kann man die Restschadenlast, die nach *n* FJen anfällt, durch einen prozentualen Aufschlag auf S_{in} berücksichtigen. Diesen Aufschlag für die weitere erwartete Abwicklung bis zur **Endregulierung** bezeichnen wir als **Tail** (oder Zukunftsschätzung). Wir gehen davon aus, dass dieser Tail einfach geschätzt wird, wobei in Abhängigkeit des Bestandes eine gewisse Erfahrung bei der Schätzung der Höhe des Aufschlages vorausgesetzt wird. Ist dieser Tail sehr lang, gibt es also viele Folgejahre, so spricht man oft von **long-tail** Geschäften, z. B. bei der Haftpflicht. Bei einem kurzen Tail (wenig Folgejahre) spricht man entsprechend von **short-tail** Geschäften, wie bei der Sachversicherung.

*Der **IBNR-Faktor** gibt an, wie stark sich der kumulierte Schadenstand von einem Jahr zum nächsten ändert (erhöht oder verringert).*

Beim Chain-Ladder-Verfahren gehen zur Bestimmung der IBNR-Faktoren nur die aggregierten (und nicht die individuellen) Gesamtschadenlasten pro EJ *i* und FJ *j* in die Bestimmung ein. Der **IBNR-Faktor**[G] (auch Abwicklungskoeffizient genannt) $IBNR_j$ bestimmt das Verhältnis der über die EJe aufsummierten Schadenlasten aufeinanderfolgender FJe. Es werden also die Gesamtschäden der EJe benachbarter Spalten des Dreiecks summiert und der Quotient dieser beiden Summen gebildet. Der Vergleichbarkeit wegen wird bei der Addition der jeweils linken Spalte auf den untersten Wert verzichtet. **Die Größe $IBNR_j$ bestimmt den Faktor, mit dem sich die Schadenlast vom FJ *j* zum FJ *j*+1 in den beobachteten EJen *i* proportional verändert hat.** (Man betrachtet hierzu jeweils den Durchschnitt über die beobachteten EJe.) Es entspricht natürlich nicht der Wirklichkeit, dass die Schadenlasten sämtlicher EJe von einem FJ zum nächsten FJ um den gleichen Prozentsatz zunehmen. Aber gerade diese Proportionalität der Dreiecksspalten ist die vereinfachende fundamentale Annahme der Chain-Ladder-Methode. Die Formel zur Berechnung der Abwicklungsfaktoren lautet:

Einzel-IBNR-Faktor pro FJ:

$$IBNR_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} S_{i(j+1)}}{\sum_{i=1}^{n-j} S_{ij}} \qquad j = 1, \ldots, n \tag{1}$$

$IBNR_n := 1{,}0$ *(per Definition, wenn nach n Jahren vollständig reguliert ist, sonst* $IBNR_n$ *bis* $IBNR_\infty$ *schätzen, wobei* $IBNR_\infty := 1{,}0$ *ist, da dann „nichts mehr dazu kommt"...)*

Wenn wie oben erwähnt, ein Aufschlag für einen Tail anzunehmen ist, dann muss dieser sogenannte **Tail-Faktor IBNR$_n$** für die Abwicklung im Zeitraum nach dem n-ten FJ bis zur erwarteten **Endregulierung**.

Angewendet auf das oben gezeigte Dreieck ergibt sich beispielsweise für die Entwicklung vom vierten auf das fünfte Folgejahr folgender Einzel-IBNR-Faktor:

$IBNR_4 = (67.406.318 + 62.073.586 + 63.161.052) : (65.533.438 + 60.664.523 + 61.280.194).$

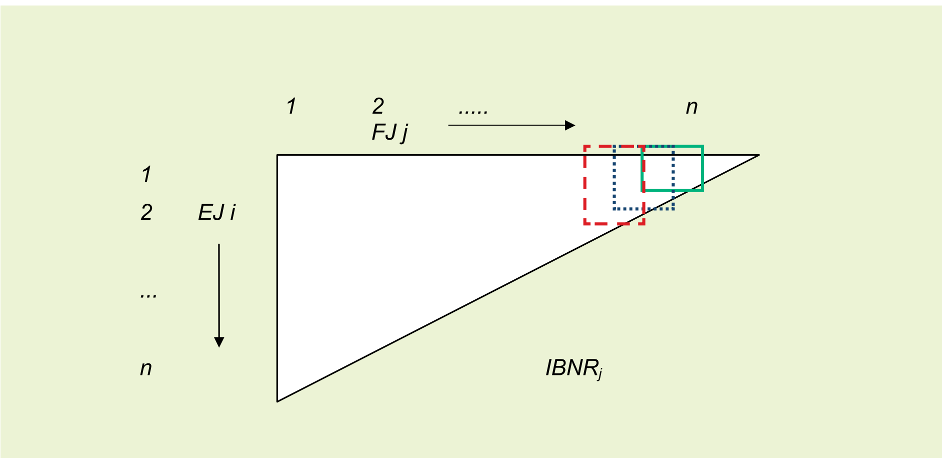
Diese Berechnung kann entsprechend leicht für alle FJ durchgeführt werden, und man erhält:

$IBNR_1 = 1{,}145;\ IBNR_2 = 1{,}084;\ IBNR_3 = 1{,}043;$
$IBNR_4 = 1{,}028;\ IBNR_5 = 1{,}018;\ IBNR_6 = 1{,}023;$

für $IBNR_7$ als Tail-Faktor verwenden wir hier ohne Bezug auf die Allgemeinheit einfach 1,075.

Bemerkung: Diese Faktoren sind alle auf drei Nachkommastellen gerundet. Die hier und im Folgenden vorgestellten Berechnungen können jeweils mit einem Tabellenkalkulationsprogramm am Computer oder auch mit einem CAS-Rechner durchgeführt werden.

Grafisch lässt sich dieses Geschehen folgendermaßen darstellen:
(Jede der farbigen Boxen stellt benachbarte Spalten dar, also jeweils Spalte j und j+1)



Mit den berechneten IBNR-Faktoren kann die endgültige Schadenlast ermittelt werden. Die aktuellsten Schadenlasten $S_{i(n-i+1)}$, die auf den Diagonalen stehen, werden mit den entsprechenden IBNR-Faktoren von Spalte zu Spalte entwickelt, indem sukzessive – also der Reihe nach – multipliziert wird. Mathematisch liegt dabei die Annahme zugrunde, dass bei Kenntnis des Abwicklungsstandes S_{ij} nach dem j-ten Abwicklungsjahr der Erwartungswert des Abwicklungsstandes $S_{i(j+1)}$ nach dem (j+1)-ten Abwicklungsjahr der Bedingung $E(S_{i(j+1)}|S_{ij}) = S_{ij} \cdot IBNR_j$ genügt.

Somit ergeben sich als zukünftige Schadenlasten im unteren Dreieck:

$$S_{ij} = S_{i(n-i+1)} \cdot \boxed{\prod_{h=n-i+1}^{j-1} IBNR_h} \qquad i=2,\ldots,n \text{ und } j=n-i+2,\ldots,n \qquad \textbf{2}$$

„aufmultiplizierter IBNR-Faktor"

Speziell für die endgültigen Schadenlasten S_i im Jahr n erhält man:

$$S_i := S_{in} = S_{i(n-i+1)} \cdot IBNR_{n-1} \cdot IBNR_{n-2} \cdot \ldots \cdot IBNR_{n-i+1} \qquad \textbf{3}$$

(Bemerkung zum Laufindex $j = n - i + 2, \ldots, n$: Auf der Diagonalen des Abwicklungsdreiecks stehen die Zahlen der Gegenwart, dort gilt $i + j = n + 1$, also ist $j = n - i + 1$. Die Einträge im unteren Dreieck (sind zu schätzende Zukunftswerte) erfüllen daher: $j \geq n - i + 2$).

Wir erhalten jetzt z. B. den aufmultiplizierten IBNR-Faktor für das vierte FJ, indem wir die Einzel-IBNR-Faktoren der FJ 4 bis 7 multiplizieren:

$IBNR_4 = 1{,}028 \cdot 1{,}018 \cdot 1{,}023 \cdot 1{,}075 = 1{,}151$

Und für die endgültige Schadenlast ermitteln wir folglich
$S_4 = 65.173.624 \cdot 1{,}151 = 75.014.841$.

Die S_i geben für jedes EJ i die geschätzten kumulierten Schadenlasten bis zum Jahr n an. Da die Schäden jedoch schon bis zur Höhe $S_{i(n-i+1)}$ bekannt sind, errechnet sich die **Spätschadenreserve** (auch IBNR-Reserve genannt) R aus der Differenz der geschätzten Endschadenlasten S_i und der aktuellsten Schadenlasten $S_{i(n-i+1)}$ für jedes EJ:

Spätschadenreserve:

$$R = \sum_{i=1}^{n} (S_i - S_{i(n-i+1)}) \qquad \textbf{4}$$

Nun wollen wir noch diese Faktoren und resultierenden Beträge für unser Zahlenbeispiel (vgl. S. 17) angeben. Zusätzlich führen wir die Ergebnisse für die Spätschadenreserve auf.

Kumuliertes Dreieck – Gesamtschaden:

EJ \ FJ	1	2	3	4	5	6	7	aktueller Gesamtschaden
1	50.731.650	57.956.588	63.039.537	65.533.438	67.406.318	68.793.020	70.369.390	70.369.390
2	46.355.566	53.895.199	58.040.437	60.664.523	62.073.586	63.080.065	64.525.525	63.080.065
3	47.089.495	54.215.839	58.799.040	61.280.194	63.161.052	64.328.460	65.802.526	63.161.052
4	49.837.890	57.286.432	62.409.564	65.173.624	66.968.385	68.206.164	69.769.087	65.173.624
5	49.386.528	55.768.638	60.238.014	62.814.523	64.544.319	65.737.293	67.243.642	60.238.014
6	46.071.932	52.235.791	56.615.660	59.037.233	60.663.009	61.784.246	63.200.012	52.235.791
7	47.717.359	54.621.841	59.201.777	61.733.964	63.434.003	64.606.455	66.086.892	47.717.359
Total								**421.975.295**

1,145	1,084	1,043	1,028	1,018	1,023	1,075	reine IBNR-Faktoren pro FJ
1,489	1,301	1,200	1,151	1,120	1,100	1,075	Aufmultiplizierte IBNR-Faktoren
						1,075	Tail-Faktor

EJ	Aktueller Gesamtschaden	Reserve ohne Tail	Reserve für den Tail	erwarteter Endschaden
1	70.369.390	0	5.277.704	75.647.094
2	63.080.065	1.445.459	4.839.414	69.364.939
3	63.161.052	2.641.474	4.935.189	70.737.715
4	65.173.624	4.595.462	5.232.682	75.001.768
5	60.238.014	7.005.628	5.043.273	72.286.915
6	52.235.791	10.964.221	4.740.001	67.940.013
7	47.717.359	18.369.533	4.956.517	71.043.408
Total	**421.975.295**	**45.021.778**	**35.024.780**	**502.021.853**

Wenn wir den Tail-Faktor mit 1,075 (wir schätzen für die Endregulierung somit weitere 7,5% Aufschlag) ansetzen, dann erwarten wir beispielsweise für das jüngste EJ einen aufmultiplizierten IBNR-Faktor von 1,489. Dies bedeutet, dass sich der aktuelle Gesamtschaden um knapp 50% bis zur endgültigen Ausregulierung verteuert. Gründe können in der Entwicklung von bekannten Schäden liegen oder auch aufgrund von neuen noch nicht bekannten Schäden. Wir berechnen nun die Reserve ohne Tail mit **45.021.778** – der Tail macht **35.024.780** aus, also zusammen eine Spätschadenreserve in Höhe von 80.046.558.

Exkurs:

An dieser Stelle lohnt sich ein genauer Blick auf den wahrscheinlichkeitstheoretischen Hintergrund der Zahlen, die im obigen Schadenviereck erscheinen. Er wird sich später bei den stochastischen Verfahren unter 2.3.2 auszahlen.

Die gesamte Entwicklung der Schadenstände wird durch die Zufallsvariablen S_{ij}, $i, j = 1, \dots, n$, beschrieben. Die Zahlen im linken oberen Dreieck, also im eigentlichen Abwicklungsdreieck, sind **Beobachtungswerte**. Sie stellen die Realisationen der Zufallsvariablen S_{ij} mit $i + j \leq n + 1$, dar. Die Realisationen der Zufallsvariablen S_{ij} mit $i + j > n + 1$ sind jedoch nicht bekannt, da diese Zufallsgrößen erst in der Zukunft beobachtet werden können. Die Zahlen, die im unteren Dreieck, also für Indizes i, j mit $i + j > n + 1$ stehen, sind **Schätzwerte**, also Prognosen für die Realisationen, die erst in Zukunft beobachtet werden können.

Eine Beurteilung der Chain-Ladder-Methode:

Der Hauptvorteil der Chain-Ladder-Methode liegt in der einfachen Anwendung. Demgegenüber steht aber eine Reihe von Nachteilen, die nicht zuletzt Ursache für die Entwicklung weiterer Methoden waren.

Ein Mangel der Chain-Ladder-Methode ist, dass die Schadenprognosen immer schlechter werden, je weiter sie in der Zukunft liegen. Eine gegebene Schadenlast muss nämlich mit immer mehr IBNR-Faktoren – für jedes einzelne der folgenden, also zukünftigen Jahre – multipliziert werden. Jeder dieser Faktoren stellt aber nur einen **Schätzer**[G] dar, der seinerseits mit **Fehlereinschätzungen** behaftet ist und von der Realität mehr oder weniger stark abweicht. Je mehr Multiplikationen zur Berechnung der Endschadenlast nötig sind, umso größer ist der Fehler, da jede Abweichung mit der folgenden multipliziert wird.

*Ein **Schätzer** ist ein Faktor, der aufgrund von vorhandenen empirischen Daten einer Stichprobe ermittelt wurde und damit Informationen über einen unbekannten Parameter einer Grundgesamtheit liefert bzw. auf diese schließen lässt.*

Hinzu kommt, dass von konstanten Änderungsraten in den FJen ausgegangen wird. Einflüsse, die sich im Laufe der Zeit verändernd auf das Abwicklungsschema auswirken würden (z. B. Änderungen der Inflation), bleiben gänzlich unberücksichtigt. Des Weiteren ist das Verfahren für die EJe zum Scheitern verurteilt, für die die aktuellste Schadenlast (in der Diagonalen) gleich Null ist, denn dann wird auch die Endschadenlast auf null geschätzt. Dieses Problem tritt häufig bei den jüngsten EJen auf, denn hier liegen wegen evtl. verzögerter Meldung logischerweise oftmals noch keine Schadenmeldungen vor. Und selbst wenn doch schon erste Schadenmeldungen vorliegen, so sind diese in der Regel noch sehr vage und unsicher, weil grob geschätzte Zahlen, die dann ausgerechnet auch noch mit den größten IBNR-Faktoren multipliziert werden, und damit zu relativ unzuverlässigen Ergebnissen führen.

Wird in dem Abwicklungsdreieck auch nur eine einzige Zahl geändert, so kann das Chain-Ladder-Verfahren sehr sensibel darauf reagieren. Speziell führen die Änderungen der Eckzahlen zu eklatanten Ergebnisabweichungen. Außerdem gilt es als Nachteil, dass die Prämien ganz unberücksichtigt bleiben. In die Berechnungsformeln fließen ausschließlich die Schadenlasten, also die Ausgaben, nicht dagegen die Prämieneinnahmen ein. Diese Weiterentwicklung wurde in der anschließend beschriebenen Cape-Cod-Methode mit einbezogen.

Als Fazit bleibt festzuhalten, dass die Chain-Ladder-Methode noch am ehesten für große und stabile **Portefeuilles**[G] geeignet ist, bei denen die Menge der Zahlenwerte einige Mängel dadurch ausgleicht, dass sich aufgrund des Gesetzes der großen Zahlen keine allzu großen Schwankungen in den Endschadenlasten ergeben.

*Unter **Portefeuilles** versteht man alle von einem Erst- oder Rückversicherer insgesamt oder in einem definierten Teilsegment (z. B. Sparte, Land) übernommenen Risiken.*

Empfehlung zur Vertiefung/Anwendung von Kapitel 2.1: Aufgabe 6.a (s. S. 36 ff)

Cape-Cod-Methode 2.2

Zur Überwindung einiger der erwähnten Schwächen der Chain-Ladder-Methode wurde die Cape-Cod-Methode entwickelt. Der Name kommt von der Halbinsel Cape-Cod anlässlich eines Workshops, bei dem dieses aktuarielle Schätzverfahren erstmals vorgestellt wurde.

Dieses Verfahren bezieht neben den Schaden- auch die Prämieninformationen in die Berechnung mit ein. Gegeben ist das gleiche Abwicklungsdreieck wie beim Chain-Ladder-Verfahren, jedoch um die „Spalte" B_i der Jahresprämien aller Versicherungspolicen des EJes i erweitert. Es liegt die Idee zugrunde, die aktuellste Schadenlast als Anteil der Endschadenlast anzusehen, als Prozentsatz anzugeben und anzunehmen, dass bis zu diesem Zeitpunkt **die eingenommene Prämie auch gerade um diesen Prozentsatz verbraucht** ist. So wird über die Schätzung des Mittelwerts der **Schadenquoten** (d. h. dem Verhältnis der jeweiligen Schadenlast zu der eingenommenen Jahresprämie) die unbekannte endgültige Summe der Schadenlasten errechnet. Die übrigen Annahmen des Chain-Ladder-Verfahrens sind hierbei identisch und werden übernommen.

Bei jener vorhergehenden Methode hat man die IBNR-Faktoren errechnet. Hier geschieht die Endschadenlastberechnung über die sogenannten Lag-Faktoren[G] l_j . Ein Lag-Faktor gibt an, wie viel Prozent von der mutmaßlich endgültigen Schadenlast jeweils am Ende eines bestimmten FJes im Durchschnitt bekannt sind. Er ist als Kehrwert des Produkts der IBNR-Faktoren (= aufmultiplizierter IBNR-Faktor, s. Formel **(2)**) pro FJ definiert:

Lag-Faktoren pro FJ:

$$l_j = \frac{1}{\prod_{h=j}^{n} IBNR_h} \qquad j = 1, \dots, n-1 \tag{5}$$

$l_n := 1$, *(per Definition, wenn nach n Jahren vollständig reguliert ist, sonst l_n schätzen für den Tail)*

*Mithilfe dieser Lag-Faktoren wird der **Prämienkorrektur-Faktor s** (=mittlere endgültige Schadenquote) ermittelt:*

$$s = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_{i(n-i+1)}}{\sum_{i=1}^{n} l_{n-i+1} \cdot B_i} \tag{6}$$

Der **Prämienkorrektur-Faktor** s stellt eine durchschnittliche Verhältniszahl der letztbekannten Schadenlasten zu den mit den Lag-Faktoren gewichteten Prämieneinnahmen dar und ist damit eine Schätzung für die **mittlere endgültige Schadenquote**.

Für das vierte FJ errechnet sich jetzt der Lag-Faktor wie folgt:
l_4 = 1: 1,151 = 0,869.

Die unbekannten Werte S_{ij} des unteren Dreiecks errechnet man für jedes i rekursiv (also für das Jahr j aus dem vorhergehenden Jahr j-1) mit der Formel:

$$S_{ij} = S_{i(j-1)} + s \cdot B_i \cdot (l_j - l_{j-1}) \qquad i = 2, \ldots, n \text{ und } j = n-i+2, \ldots, n \tag{7}$$

Speziell für die endgültigen Schadenlasten S_i im Jahr n erhält man:

$$S_i := S_{in} = S_{i(n-i+1)} + s \cdot B_i \cdot (1 - l_{n-i+1}) \tag{8}$$

Der gesamte in die Spätschadenrückstellung einzustellende Betrag *R* – die Spätschadenreserve – errechnet sich schließlich aus bekannter Formel aus der Chain-Ladder-Methode (siehe S. 18 ff). Bei der Cape-Cod-Methode vereinfacht sich diese Formel auf:

Spätschadenreserve:

$$R = \sum_{i=1}^{n} s \cdot B_i \cdot (1 - l_{n-i+1}) \tag{9}$$

Nun wollen wir wieder diese Faktoren und resultierenden Beträge für unser Zahlenbeispiel angeben. Auch ermitteln wir die Spätschadenreserve wieder (vgl. S. 21).

Kumuliertes Dreieck – Gesamtschaden:

EJ \ FJ	1	2	3	4	5	6	7	Aktueller Gesamtschaden
1	50.731.650	57.956.588	63.039.537	65.533.438	67.406.318	68.793.020	70.369.390	70.369.390
2	46.355.566	53.895.199	58.040.437	60.664.523	62.073.586	63.080.065	64.614.999	63.080.065
3	47.089.495	54.215.839	58.799.040	61.280.194	63.161.052	64.349.260	65.849.589	63.161.052
4	49.837.890	57.286.432	62.409.564	65.173.624	66.860.771	68.024.332	69.493.540	65.173.624
5	49.386.528	55.768.638	60.238.014	62.706.576	64.363.899	65.506.893	66.950.131	60.238.014
6	46.071.932	52.235.791	56.651.725	59.093.237	60.732.400	61.862.869	63.290.293	52.235.791
7	47.717.359	54.398.704	58.830.626	61.280.978	62.926.075	64.060.637	65.493.229	47.717.359
Total								**421.975.295**

1,145	1,084	1,043	1,028	1,018	1,023	1,075	reine IBNR-Faktoren pro FJ
1,489	1,301	1,200	1,151	1,120	1,100	1,075	Aufmultiplizierte IBNR-Faktoren
						1,075	Tail-Faktor

0,672	0,769	0,833	0,869	0,893	0,909	0,930	Lag-Faktoren
						0,799	Prämienkorrektur-Faktor

EJ	Aktueller Gesamtschaden	Prämie verdient B_i	Reserve ohne Tail	Reserve für den Tail	erwarteter Endschaden
1	70.369.390	98.050.934	5.084.859	5.659.069	81.113.317
2	63.080.065	92.180.919	6.208.289	5.196.627	74.484.981
3	63.161.052	90.102.728	7.173.634	5.275.101	75.609.788
4	65.173.624	88.233.755	8.594.272	5.532.592	79.300.489
5	60.238.014	86.674.093	10.738.692	5.323.253	76.299.960
6	52.235.791	85.724.352	14.728.868	5.022.349	71.987.008
7	47.717.359	86.034.717	20.997.398	5.153.607	73.868.364
Total	**421.975.295**	**627.001.498**	**73.526.013**	**37.162.598**	**532.663.906**

Hinsichtlich der IBNR-Faktoren gilt dasselbe wie zuvor bei der Chain-Ladder-Methode dargestellt. Nun ist der Prämienkorrektur-Faktor und somit die endgültige Schadenquote im Mittel gleich 80%. Wir berechnen nun die Reserve ohne Tail mit **73.526.013** und der Tail macht **37.162.598** aus, also zusammen eine Spätschadenreserve in Höhe von 110.688.611.

Eine Beurteilung der Cape-Cod-Methode:
Ein großer Vorteil dieser Methode liegt, wie bereits eingangs erwähnt wurde, in der Berücksichtigung der Prämieneinnahmen. Das Verfahren führt damit trotz eventuell fehlender Schadenmeldungen in den jüngsten EJen, d. h. die Hauptdiagonalwerte $S_{i(n-i+1)}$ sind Null, zu positiven Endschadenlasten.
Eine weitere Verbesserung gegenüber der Chain-Ladder-Methode besteht darin, dass die Cape-Cod-Methode weniger anfällig auf Änderungen der Schadenlasten in den ersten FJen reagiert.
Als Schwäche des Verfahrens ist wiederum das fortgesetzte Multiplizieren bzw. Dividieren von IBNR-Faktoren zu nennen, was erneut zu einer **systematischen Fehleinschätzung** führen kann. Die Sensibilität bezüglich der Lag-Faktoren ist eine weitere Schwäche. In den ersten FJen sind aufgrund der großen Zahlenmenge, die den Berechnungen zugrunde liegt, die Lag-Faktoren weniger sensibel, während sie in späteren FJen wegen der kleinen Durchschnittsbildung ziemlich anfällig auf Änderungen reagieren. In der Praxis wirken jedoch mit zunehmender Abwicklungsdauer genauere Daten und immer geringer werdende Unsicherheit gegenläufig. Dasselbe gilt für den Prämienkorrektur-Faktor. Oft vergleicht man diesen Wert mit vergleichbaren Portefeuilles und zieht die jeweilige Schadenquote zur Schätzung der Verlässlichkeit heran. Schließlich bleibt die unrealistische Annahme der konstanten Teuerungsraten nach wie vor bestehen, was zu einer Unterschätzung der Reserven führt.

Empfehlung zur Vertiefung/Anwendung
von Kapitel 2.2: Aufgaben 6.b und 7 (s. S. 36 ff)

2.3 Stochastisches Chain-Ladder-Modell

2.3.1 Motivation

Bei der Angabe einer Schadenreserve stellt sich natürlich die Frage, wie zuverlässig die Reserveschätzung ist, **d. h. mit welchem Fehler zu rechnen ist**. Dabei kann sich der Fehler aus verschiedenen Komponenten zusammensetzen, die eine unterschiedliche Bedeutung für die Einschätzung des Risikos haben.

Grundsätzlich macht man folgende vier Fehler bei der Verwendung eines stochastischen Modells:

- **Modellfehler**
- **Parameterfehler**
- **Prozessfehler (Zufallsfehler)**
- **Fehler wegen externer Änderung**

Um die Entstehung und die Art dieser Fehler besser zu verstehen, betrachte man zunächst folgendes Beispiel: Auf einem Notizzettel steht unter der Überschrift „Spielergebnisse" die folgende Zahlenreihe:

3, 6, 2, 6, 1, 2, 6, 4, 3, 4, 5, 2, 4, 1, 5, 4, 1, 3, 3

Die Beschreibung des Spiels ist leider unleserlich. Jetzt stellt sich die Frage, welche Zahl bei Fortsetzung des Spiels als nächstes kommt bzw. kommen kann. Da bisher stets Zahlen zwischen 1 und 6 beobachtet wurden, könnte sich beispielsweise folgendes *Modell* zur Erklärung anbieten:
„Es handelt sich um **Würfelergebnisse**. Also kann jede der Zahlen 1 bis 6 mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auftreten, die noch bestimmt werden muss."

- *Modellfehler:* Es war kein Würfel, sondern die Anzahl von Treffern beim Schießen auf 8 Tontauben. Die Zahlen 7 und 8 sind nur zufällig bisher nicht aufgetreten, da sich die besten Schützen bisher nicht beteiligt haben. Übertragen auf die Bestimmung der Spätschadenreserven würde es bedeuten, dass das Modell, das man benutzt (Chain-Ladder oder Cape-Cod), nicht geeignet ist.
- *Parameterfehler:* Aus der Zahlenreihe erhält man einen Mittelwert von 65 : 19 = 3,421. Bei einem idealen Würfel wäre der wahre Wert (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) : 6 = 3,5 und der Parameterfehler läge bei 3,5 – 3,421 = 0,079. Übertragen auf das Chain-Ladder-Modell besteht also der Parameterfehler darin, dass der aus dem Schadendreieck bestimmte Wert der Abwicklungskoeffizienten vom wahren (unbekannten) Wert abweicht.
- *Prozessfehler (Zufallsfehler):* Man würfelt einmal und bekommt eine 5. Erwartet wurde aber (rein statistisch!) eine 3,5. Somit beträgt der Zufallsfehler 1,5. Im Chain-Ladder-Modell ergibt sich ein zufälliger Wert für den Endschadenstand S_{in} vom unbekannten Erwartungswert.

Sowohl Parameterfehler als auch Prozessfehler können quantitativ bestimmt werden.

- *Fehler wegen externer Änderung:* Beim nächsten Würfelexperiment ist der Würfel unbemerkt durch einen Würfel mit jeweils doppelter Augenzahl (also 2, 4, 6, 8, 10, 12) ersetzt worden und es kommt „10“. Das Risiko bei der Reservebestimmung besteht zum Beispiel darin, dass sich im nächsten Jahr die rechtlichen Rahmenbedingungen ändern könnten. Im Allgemeinen kann dieses Risiko nicht quantitativ bestimmt werden.

An einer Fehlerangabe in Euro bei der Reserveschätzung sind die Versicherungsunternehmen auch vor dem Hintergrund der europäischen Richtlinie **Solvency II**[G] interessiert. Denn **Solvency II** fordert von den Versicherungsunternehmen die Ausweisung des Solvenzkapitals. Das Solvenzkapital dient dazu, negative Abweichungen im Verlauf der Schadenabwicklung zu puffern. Dabei ist die Gefahr negativer Abweichungen umso höher, je größer die Unsicherheit (Fehler) der Reserveschätzung ist. Das Solvenzkapital wird mithilfe eines Risikomaßes, des **Value at Risk** (kurz VaR), zu einem Niveau „α“, berechnet:

__Solvency II__ ist das derzeit wichtigste Projekt im Bereich der Versicherungsaufsicht auf EU-Ebene. Die Solvency II-Richtlinie hat die Hauptziele, den Versichertenschutz zu stärken, einheitliche Wettbewerbsstandards im Versicherungssektor des europäischen Binnenmarktes zu schaffen und damit eine weitgehend einheitliche Aufsichtspraxis in Europa zu gewährleisten.

$$VaR_{\alpha}(R) = Q_R(\alpha) = F_R^{-1}(\alpha) = \inf\left\{x \,\middle|\, F_R(x) \geq \alpha\right\}$$

Die Schreibweise $inf\{x|F_R(x) \geq \alpha\}$ bedeutet: „der kleinste vorkommende Wert von x, für den $F_R(x) \geq \alpha$ gilt“. Dabei bezeichnen $Q_R(\alpha)$ das α-Quantil[G] und $F_R(x)$ die Verteilungsfunktion der Zufallsvariable R. Die Berechnung des Solvenzkapitals fußt auf dem Fehler bei der Schätzung der Reserven und erfordert die Kenntnis der Verteilungsfunktion der Reserve inklusive der entsprechenden Parameter der Reserven. Trifft man aber die vereinfachende Annahme, dass die Reserven normalverteilt sind, so kann man mithilfe der Quantilsfunktion der Standardnormalverteilung den VaR zum α-Niveau wie folgt berechnen:

$$VaR_{\alpha}(R) = ER + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot SR \qquad (10)$$

wobei $\Phi^{-1}(\alpha)$ das α-Quantil der Standardnormalverteilung bezeichnet.

In diesem Fall muss man $\boldsymbol{ER} := \boldsymbol{E(R)}$ (Erwartungswert der Spätschadenreserve; mittlere Reserve) und $\boldsymbol{SR} := \sqrt{\boldsymbol{Var(R)}}$ (Standardabweichung der Spätschadenreserve; mittlere Abweichung) bestimmen.

2.3.2 Analytische Formeln zur Fehleranalyse

Die mathematische Herleitung einer solchen Fehlerangabe erfordert ein stochastisches Modell. Im Folgenden soll das Chain-Ladder-Verfahren zu einem stochastischen Modell ausgebaut werden, um zu einer Einschätzung des Fehlers des Schätzers für die Spätschadenreserve zu gelangen.

Vor der Modellbeschreibung stellt sich jedoch die Frage, wie der Fehler der Reserveschätzung mathematisch präzise dargestellt werden kann. Der Schadenverlauf wird im ergänzten Abwicklungsviereck durch die Zufallsvariablen S_{ij}, i, $j = 1, \dots, n$, beschrieben. Während die Realisationen der Zufallsvariablen im linken oberen Dreieck, d. h. für $i + j \leq n + 1$, bereits beobachtet wurden, sind die Realisationen der Zufallsvariablen im rechten unteren Dreieck, d. h. für $i + j \geq n + 2$, unbekannt, da sie erst in der Zukunft beobachtet werden können.

Da auch die Statistik keinen Blick in die Zukunft erlaubt, ist es nicht möglich, vorherzusagen, welche Werte die S_{ij}, $i + j \geq n + 2$, annehmen werden. Ein statistischer Schätzer beruht auf der in der Gegenwart verfügbaren Information. Daher stellen die Zahlenwerte im rechten unteren Dreieck nicht die in der Zukunft tatsächlich eintretenden Werte von S_{ij}, sondern Realisationen von Schätzern $\hat{S}_{ij}$ dar, auf Basis der vorliegenden Werte im linken oberen Dreieck.

Nichts anderes machen Formeln (1) und (2), wobei dort zur Vereinfachung die Hütchen für den Schätzer weggelassen wurden. Mit den Werten aus dem Abwicklungsdreieck werden Schätzer $\widehat{IBNR}_j$ für die wahren unbekannten Abwicklungsfaktoren $IBNR_j$ bestimmt und damit Schätzer für die Schadenstände angegeben:

$$\hat{S}_{ij} = S_{i(n-i+1)} \cdot \prod_{h=n-i+1}^{j-1} \widehat{IBNR}_h \,, j > n - i + 1,$$

Der (stochastische) **Fehler der Schadenreserve** für das EJ i besteht nun in der Differenz

$$\hat{R}_i - R_i = \hat{S}_{in} - S_{in} \qquad (11)$$

Im stochastischen Chain-Ladder-Modell wird vorausgesetzt, dass alle EJe **unabhängig** sind und positive Konstanten IBNR_j und σ_j^2, $j = 1, \dots, n-1$, existieren, sodass für alle $i = 1, \dots, n$ folgende Bedingungen erfüllt sind:

$$E(S_{i(j+1)} \mid S_{ij}) = S_{ij} \cdot IBNR_j \qquad i = 2, \dots, n \text{ und } j = n-i+2, \dots, n-1 \qquad (12)$$

$$Var(S_{i(j+1)} \mid S_{ij}) = \sigma_j^2 \cdot S_{ij} \qquad i = 2, \dots, n \text{ und } j = n-i+2, \dots, n-1 \qquad (13)$$

Eine Situation, in der diese Bedingungen erfüllt sind, liegt vor, wenn sich der Abwicklungsstand mithilfe unabhängiger **Fehlergrößen** ε_{ij} , $i=1,\dots, n$, $j=1,\dots, n-1$, mit $E(\varepsilon_{ij})=0$ und $Var(\varepsilon_{ij})=1$ wie folgt entwickelt:

$$S_{i(j+1)} = S_{ij} \cdot IBNR_j + \sqrt{S_{ij}} \cdot \sigma_j \cdot \varepsilon_{i(j+1)} \qquad i = 1,\dots,n \text{ und } j = 1,\dots,n-1 \tag{14}$$

Der erste Summand gibt dabei die **Prognose für den Abwicklungsstand** im FJ j+1 an, der zweite **modelliert den Fehler**. Im Mittel ist dieser Null, da aufgrund der Unabhängigkeit gilt:

$$E(\sqrt{S_{ij}} \cdot \sigma_j \cdot \varepsilon_{i(j+1)} | S_{ij}) = \sqrt{S_{ij}} \cdot \sigma_j \cdot E(\varepsilon_{i(j+1)} | S_{ij}) = \sqrt{S_{ij}} \cdot \sigma_j \cdot E(\varepsilon_{i(j+1)}) = 0$$

Daraus folgt, dass die **Modellprognose** $S_{ij} \cdot IBNR_j$ auf Basis des aktuellen Abwicklungsstandes S_{ij} der Erwartungswert des zufälligen Abwicklungsstandes im FJ j+1 ist, also:

$$E(S_{i(j+1)} | S_{ij}) = S_{ij} \cdot IBNR_j + E(\sqrt{S_{ij}} \cdot \sigma_j \cdot \varepsilon_{i(j+1)} | S_{ij}) = S_{ij} \cdot IBNR_j$$

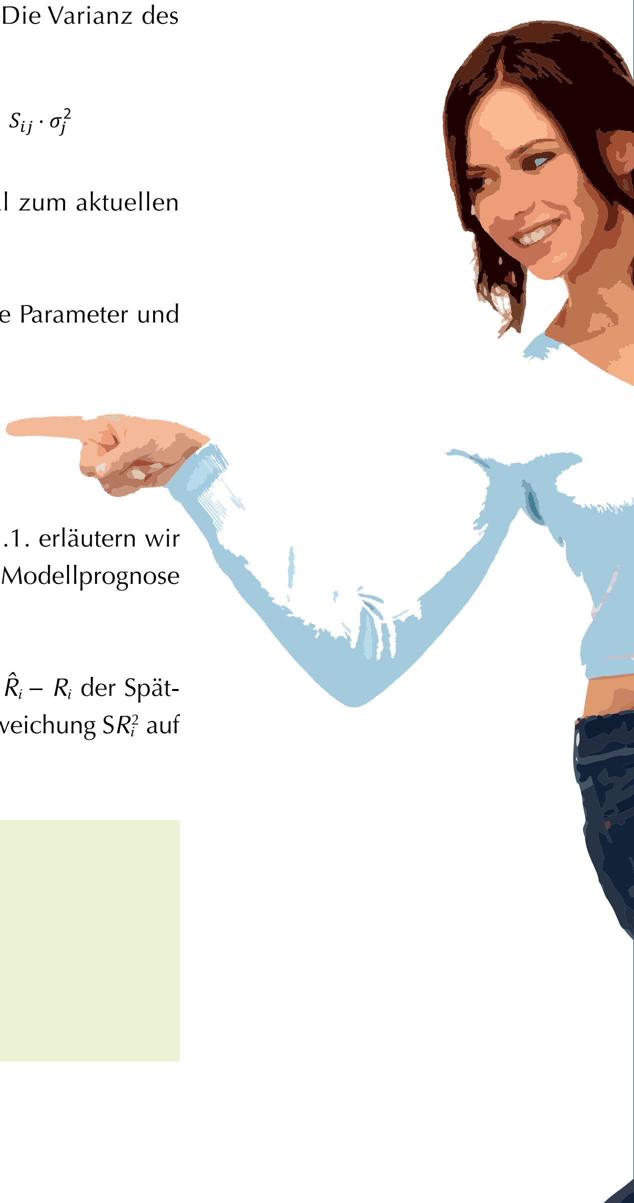
Man sagt daher auch, dass die Modellprognose **erwartungstreu** ist. Die Varianz des zweiten Summanden aus Formel (14) beträgt

$$Var(S_{i(j+1)} | S_{ij}) = Var(\sqrt{S_{ij}} \cdot \sigma_j \cdot \varepsilon_{i(j+1)} | S_{ij}) = S_{ij} \cdot \sigma_j^2 \cdot Var(\varepsilon_{i(j+1)}) = S_{ij} \cdot \sigma_j^2$$

und erfüllt damit die Modellannahme, dass die Varianz proportional zum aktuellen Abwicklungsstand S_{ij} ist.

Unter diesen Annahmen lassen sich erwartungstreue Schätzer für alle Parameter und analytische Formeln für den Fehler der Spätschadenreserve ableiten.

Dazu verweisen wir auf die elektronische Ressource unter:
https://aktuar.de/aktuar-werden/fuer-die-schule



Vor der Diskussion der numerischen Ergebnisse für das Beispiel aus 2.1. erläutern wir hier lediglich die beiden grundlegenden Bestandteile des Fehlers der Modellprognose für die Spätschadenreserve.

Eine sinnvolle Kennzahl zur Beschreibung des stochastischen Fehlers $\hat{R}_i - R_i$ der Spätschadenreserve (siehe Formel Nr. 11) stellt die mittlere quadratische Abweichung SR_i^2 auf Basis des Abwicklungsdreiecks D dar:

$$SR_i^2 := E\left((\hat{R}_i - R_i)^2 | D\right) = E\left((\hat{S}_{in} - S_{in})^2 | D\right) \qquad i = 2,\dots,n$$

Die mittlere quadratische Abweichung SR_i^2 lässt sich in zwei Bestandteile zerlegen, in die **Prozessvarianz PV_i^2** und in den **Parameterschätzfehler PE_i^2** :

$$SR_i^2 = E\left[S_{in} - S_{i(n-i+1)} \cdot \prod_{h=n-i+1}^{n-1} IBNR_h\right]^2 + E\left[S_{i(n-i+1)} \cdot \left(\prod_{h=n-i+1}^{n-1} \widehat{IBNR}_h - \prod_{h=n-i+1}^{n-1} IBNR_h\right)\right]^2$$

$$=: PV_i^2 + PE_i^2, \qquad i = 2, \dots, n \tag{15}$$

Die sogenannte **Prozessvarianz** PV_i^2 gibt den kleinstmöglichen mittleren quadratischen Fehler an, den ein Schätzer annehmen kann; denn er unterstellt die Kenntnis der wahren Abwicklungsfaktoren $IBNR_j$. Die **Prozessvarianz stellt folglich ein Maß für die Schwankungen dar**, die ausschließlich auf die **ungewisse Entwicklung der Schadenzahlungen zurückzuführen** sind, also nicht durch die spezielle Wahl des Schätzverfahrens beeinflusst werden können. Die Wurzel aus der Prozessvarianz stellt somit den **Prozessfehler (Zufallsfehler) in der Kategorisierung der Fehlerkomponenten unter 2.3.1 dar**.

Da die wahren Abwicklungskoeffizienten jedoch logischerweise unbekannt sind, enthält jedes Schätzverfahren, das in der Praxis umsetzbar ist, eine weitere Fehlerkomponente, die bei der Schätzung der Abwicklungskoeffizienten entsteht. Diese Fehlerkomponente stellt der zweite Summand dar, der sogenannte quadratische **Parameterschätzfehler** PE_i^2 ; er **misst die Abweichung des Chain-Ladder-Schätzers $\hat{S}_{in}$ vom optimalen Schätzer**.

Für **alle Entwicklungsjahre zusammen** ergibt sich der Schätzer für die Prozessvarianz

$$\hat{P}V^2 = \sum_{i=2}^{n} \hat{S}_{in}^2 \cdot \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2 / \widehat{IBNR}_j^2}{\hat{S}_{ij}} \qquad i = 2, \dots, n \tag{16}$$

und für den quadratischen Parameterschätzfehler

$$\hat{P}E^2 = \sum_{i=2}^{n} S_{i(n-i+1)} \cdot \prod_{j=n-i+1}^{n-1} \widehat{IBNR}_j^2 \cdot \sum_{j=n-i+1}^{n-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2 / \widehat{IBNR}_j^2}{\sum_{i=1}^{n-j} S_{ij}} \cdot \left(S_{i(n-i+1)} + 2 \cdot \sum_{k=i+1}^{n} \hat{S}_{k(n-i+1)}\right)$$

$$i = 2, \dots, n \tag{17}$$

Insgesamt ergibt sich damit (vgl. Formel Nr. 15) die Varianz des Schätzers für die Gesamtreserve:

$$\widehat{SR}^2 = \widehat{PV}^2 + \widehat{PE}^2 \tag{18}$$

Für das Beispieldreieck aus 2.1 hat man nun durch die eben durchgeführten Rechnungen/ Schätzungen folgende Fehlerangabe (der Tail-Faktor wurde hierbei außer Acht gelassen, ist also gleich 1,0), (vgl. auch S. 21):

Kumuliertes Dreieck – Gesamtschaden:

EJ \ FJ	1	2	3	4	5	6	7	Aktueller Gesamt-schaden	erw. Endschaden ohne Tail
1	50.731.650	57.956.588	63.039.537	65.533.438	67.406.318	68.793.020	70.369.390	70.369.390	70.369.390
2	46.355.566	53.895.199	58.040.437	60.664.523	62.073.586	63.080.065	64.525.525	63.080.065	64.525.525
3	47.089.495	54.215.839	58.799.040	61.280.194	63.161.052	64.328.460	65.802.526	63.161.052	65.802.526
4	49.837.890	57.286.432	62.409.564	65.173.624	66.968.385	68.206.164	69.769.087	65.173.624	69.769.087
5	49.386.528	55.768.638	60.238.014	62.814.523	64.544.319	65.737.293	67.243.642	60.238.014	67.243.642
6	46.071.932	52.235.791	56.615.660	59.037.233	60.663.009	61.784.246	63.200.012	52.235.791	63.200.012
7	47.717.359	54.621.841	59.201.777	61.733.964	63.434.003	64.606.455	66.086.892	47.717.359	66.086.892
Total								**421.975.295**	**466.997.073**

1,145	1,084	1,043	1,028	1,018	1,023	1,000	reine IBNR-Faktoren pro FJ
1,385	1,210	1,116	1,071	1,042	1,023	1,000	Aufmultiplizierte IBNR-Faktoren
						1,000	Tail-Faktor

1,310	1,175	1,087	1,056	1,037	1,046	1,000	(reiner IBNR-Faktor)²
1,918	1,464	1,245	1,147	1,086	1,047	1,000	(Aufmultiplizierter IBNR-Faktor)²
7.141	1.508	386	904	614	417	0	Schätzer σ^2

EJ	Schätzer PV_i^2	Schätzer PV_i	Schätzer PE_i^2	Schätzer PE_i	mittl. Abweichung SR_i^2
1	0	0	0	0	0
2	26.279.760.291	162.110	24.097.342.881	155.233	224.448
3	67.360.837.442	259.540	44.846.468.920	211.770	334.974
4	135.378.562.539	367.938	72.649.748.934	269.536	456.101
5	157.134.605.827	396.402	74.112.835.554	272.237	480.882
6	245.815.072.705	495.797	83.831.673.786	289.537	574.149
7	755.877.227.829	869.412	173.894.009.016	417.006	964.246
Total	**1.387.846.066.634**	**1.178.069**	**1.954.065.150.521**	**1.397.879**	**1.828.089**

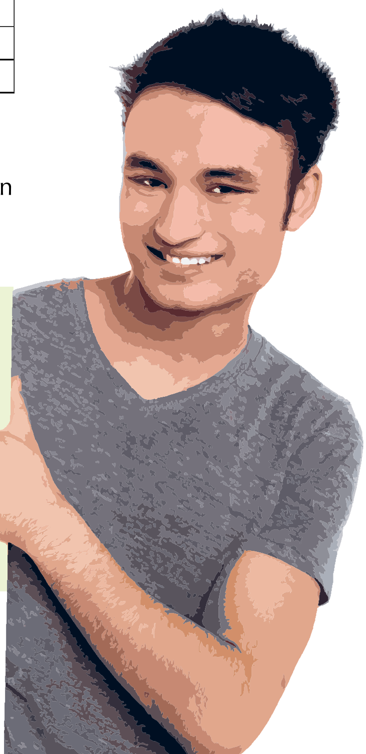
Die IBNR-Faktoren sind wieder identisch mit denjenigen der Chain-Ladder-Methode. Nun können wir den VaR mit dem Niveau 99,5 (vgl. Formel Nr. 10) wie folgt berechnen:

ER = *erwarteter Endschaden – aktueller Gesamtschaden* = 45.021.778

$SR = 1.828.089$

$\Phi^{-1}(0{,}995) = 2{,}57583$

$VaR_{99{,}5}(R) = ER + \Phi^{-1}(0{,}995) = 49.730.628$



In der Regel wird das **Risikokapital (RK)** als **Puffer gegen unerwartete Verluste** verwendet, da man nicht alle Eventualitäten abschätzen und absichern kann, und man daher als Differenz des VaR zum Erwartungswert berechnet:

$$RK = VaR_{99,5}(R) - ER = 4.708.850$$

Ein Versicherungsunternehmen, welches das Portfolio aus unserem Zahlenbeispiel abwickelt, braucht also ca. 4,7 Mio. € mehr, damit es auch im Falle eines „200-Jahresereignisses" genug Mittel hat, um keinen Ruin zu erleiden.

2.3.3 Fehlerschätzung mittels Simulation[G]

Die Grundlage des stochastischen Modells aus 2.3.2 bilden lediglich die beiden Annahmen (12), (13) über Erwartungswert und Varianz. Auch die Spezialisierung in Gestalt der Modellgleichung (14)

$$S_{i(j+1)} = S_{ij} \cdot IBNR_j + \sqrt{S_{ij}} \cdot \sigma_j \cdot \varepsilon_{i(j+1)}$$

legt die Verteilung der Schätzer für die Spätschadenreserve noch nicht eindeutig fest. Im Folgenden sollen zwei Möglichkeiten diskutiert werden, die **Verteilung der Spätschadenreserve zu simulieren**. Der große Vorteil, eine – wenn auch approximative, d. h. annähernde – Verteilung anzugeben, besteht darin, dass die Verteilung sämtliche Information über die zufällige Größe beinhaltet und damit nicht nur Schätzer für erwartete Reserve, Standardabweichung des Fehlers, sondern alle Kenngrößen wie VaR, **Konfidenzintervalle**[G] etc. berechnet werden können.

__Konfidenzintervalle__ sind mithilfe statistischer Überlegungen angegebene Bandbreiten, innerhalb derer sich der Wert in der Grundgesamtheit wahrscheinlich bewegt.

In der elektronischen Ressource werden zwei Simulationsverfahren vorgestellt. Methode A beruht auf der Simulation der Fehlergrößen ε_{ij} mithilfe eines **Zufallsgenerators für die Standardnormalverteilung**. Methode B nutzt zur Simulation die **empirische Verteilung** der Daten des Schadendreiecks.

Die folgenden Ergebnisse beruhen jeweils auf 10.000 Simulationsläufen, wobei als Grundlage wieder das Abwicklungsdreieck aus dem bekannten Beispiel verwendet wird. Im Anhang der elektronischen Ressource ist der jeweilige R-Code angegeben. Es werden pro EJ die Prozessvarianz und der Parameterfehler aus der Simulation mit den arithmetisch ermittelten Werten aus 2.3.2 verglichen.

Vergleich	Schätzer PV_i			Schätzer PE_i		
EJ	**analytisch**	**Simulation mit normalvert. Residuen**	**Simulation bootstrapping**	**analytisch**	**Simulation mit normalvert. Residuen**	**Simulation bootstrapping**
1	0	0	0	0	0	0
2	162.110	162.318	162.116	155.233	155.418	155.254
3	259.540	258.691	258.320	211.770	211.866	211.602
4	367.938	368.034	368.410	269.536	269.382	269.676
5	396.402	396.490	396.231	272.237	272.185	272.356
6	495.797	495.443	495.188	289.537	289.573	289.364
7	869.412	867.396	868.231	417.006	416.625	417.356
Total	1.178.069	1.176.334	1.176.764	1.397.879	1.396.637	1.398.772
Abweichung von analyt.		0,15%	0,11%		0,09%	-0,06%

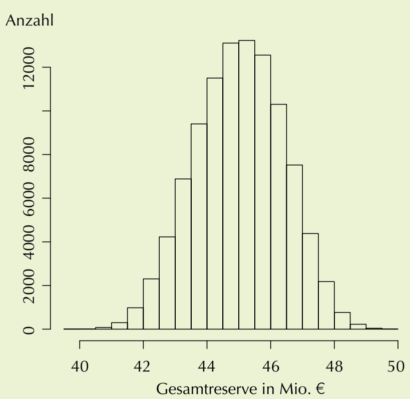
Die Tabelle weist Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen und den analytisch[G] berechneten Werten von weniger als zwei Promille aus und verdeutlicht, dass im betrachteten Beispiel die Simulation eine sehr gute Approximation für Prozessfehler und Parameterschätzfehler erzielt.

Aus der Simulation lassen sich darüber hinaus weitere Kennzahlen ermitteln. So z. B. stellt ein 90%-Quantil einen Simulationswert mit der Eigenschaft dar, dass 10% aller Simulationswerte größer oder gleich diesem Wert und 90% aller Simulationsläufe kleiner oder gleich diesem Wert ausfallen.

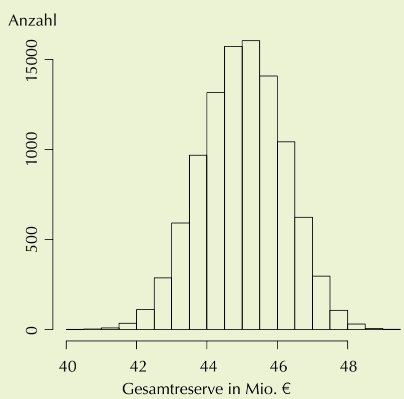
Die beiden **Histogramme**[G] veranschaulichen die Verteilung der Gesamtreserve für alle Ereignisjahre. Das erste Histogramm bildet den Einfluss des Parameterschätzfehlers, das zweite den Einfluss des Prozessfehlers ab.

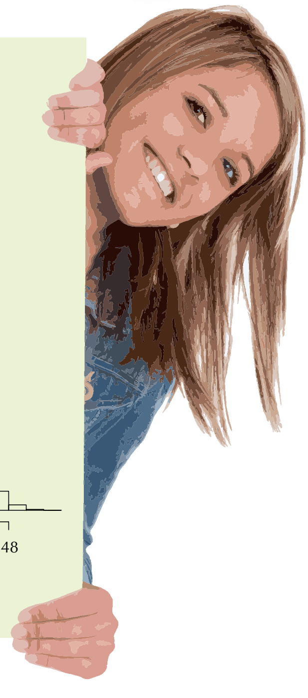
*Das **Histogramm** ist eine graphische Darstellung einer Häufigkeitsverteilung von Ausprägungen eines Merkmals.*

Histogramm zum Parameterfehler



Histogramm zum Prozessfehler





2.3.4 Eine Beurteilung der stochastischen Methode:

Die stochastische Modellierung ermöglicht eine Einschätzung, mit welchem Fehler die Reserveschätzung behaftet ist. Diese Fehlerangabe bildet die Grundlage für Maßnahmen des Risikomanagements. Mithilfe des **Value at Risk** VaR kann das Risikokapital bestimmt werden, das als Puffer gegen negative Abweichungen der Schadenabwicklung von dem erwarteten Verlauf benötigt wird. Ein hoher Parameterfehler zeigt Schwächen des Schätzverfahrens auf und gibt Anlass, über alternative Verfahren nachzudenken. Ein hoher Prozessfehler weist auf einen hohen Risikogehalt des zugrundeliegenden Geschäfts hin. Für die Berechnung des Risikokapitals ist der aus allen Fehlern resultierende Gesamtfehler maßgeblich.

Das Ergebnis von Simulationsverfahren besteht in einer Wahrscheinlichkeitsverteilung, die die unbekannte wahre Verteilung approximiert. Aus dieser approximativen Wahrscheinlichkeitsverteilung lassen sich prinzipiell alle statistischen Kennzahlen ableiten. Simulationen erfordern jedoch oft deutlich mehr als 10.000 Läufe, was zu hohem Rechenaufwand und langen Laufzeiten führen kann.

Die untersuchte Modellierung quantifiziert Prozess- und Parameterfehler, macht jedoch keine Aussage über Modellfehler und Änderungsfehler. Diese beiden Fehlerkomponenten dürfen im Risikomanagement nicht außer Acht gelassen werden.

Natürlich bleiben die unter 2.1. beschriebenen Stärken und Schwächen des Chain-Ladder-Verfahrens bei stochastischer Modellierung bestehen, da die Punktschätzer für die Reserven unverändert bleiben.

Zusammenfassende Beurteilung 3.

Welche Methode nun die beste ist und gegebenenfalls zur Anwendung kommen sollte, lässt sich generell nicht sagen. In der Praxis muss in jedem Einzelfall für das vorliegende Datenmaterial die am besten geeignete Methode gesucht werden. So kann beispielsweise bei fehlenden Schadenmeldungen in den jüngsten EJen die Chain-Ladder-Methode schon von vornherein ausgeschlossen werden. Aus den vorliegenden Methoden ist dann wieder eine Auswahl zu treffen bzw. eine Modifikation des Datenmaterials durchzuführen (z. B. Streichen von alten EJen).

Die hier näher erläuterten Prognoseverfahren sind selbstverständlich nicht die einzig möglichen. Methodenschwächen geben immer wieder Anlass, die Nachteile durch neue Verfahren bzw. Verfeinerungen eines vorhandenen Verfahrens zu vermeiden oder zu mildern. Somit existiert eine Vielzahl von Berechnungsmöglichkeiten der Spätschadenrückstellung.

In Anbetracht des drastischen Spätschadenpotentials in der Versicherung ist die ausreichende Bemessung der Spätschäden von eminenter wirtschaftlicher Bedeutung. Zur Erfüllung dieser Aufgabe können mathematische Schätzverfahren sicherlich einen wichtigen Beitrag leisten, wenngleich ihnen nicht uneingeschränktes Vertrauen entgegengebracht werden sollte. Der Grund dafür liegt in den bereits mehrfach erwähnten, nur schwer quantifizierbaren versicherungstechnischen Risiken. Die hier vorgestellten Verfahren gehen meist von der Hypothese der stabilen Trends im Zeitverlauf aus, d. h. sie übertragen die Beobachtungen der Vergangenheit unverändert 1:1 auf die Zukunft, was aber in Zeiten zunehmender Veränderungen (Inflation) als ziemlich problematisch anzunehmen ist.

Daher müssen die mathematischen Prognoseverfahren gegebenenfalls durch

- Ursachenforschung (Qualität des Datenmaterials),
- Bereinigung der Daten (Streichen alter EJe),
- Hochrechnen der Schadenhistorie und Projektion in die Zukunft (Inflationierung),
- detaillierte Analysen der Großschäden (eventuell rausrechnen),
- Berücksichtigung spezifischer Besonderheiten der Portefeuilles (Zusammensetzung und Wachstum des Portefeuilles),
- Simulationstechniken fehlender Schadendaten

prophylaktisch bereinigt werden.

Daher ist die an dieser Stelle ausgesprochene Empfehlung zu beachten, sich nicht nur auf die bloße Anwendung von Programmpaketen zu beschränken, sondern das ganze Spektrum möglicher Prognosetechniken zu nutzen. Hiermit sind vor allem heuristische Vorgehensweisen angesprochen, die der ganzen Berufserfahrung der Anwender Rechnung zu tragen imstande sind.

AUFGABEN

1. Recherchieren Sie Unfälle mit extrem hohen Kraftfahrtschäden in Deutschland! Was ist passiert und wie hoch war der in den Medien gemeldete geschätzte Gesamtschaden?

2. Beschreiben Sie mit eigenen Worten „Spätschadenproblematik". Was unternimmt ein Versicherungsunternehmen, damit es dieses Risiko in den Griff bekommt?

3. In welche Komponenten lässt sich die Spätschadenreserve einteilen? Beschreiben Sie kurz diese Komponenten.

4. Ein Schaden tritt im Ereignisjahr 2013 ein und wird in 15 Folgejahren abgewickelt (also bis zum Jahr 2027). Jährlich sind konstante Pflegekosten von 50.000€ und zusätzlich ein Verdienstausfall von 70.000€ zu zahlen. Im ersten Folgejahr wird ein Schmerzensgeld von 100.000€ gezahlt, und später im fünften Folgejahr fallen Umbaukosten im Haus von weiteren 100.000€ an.

   a) Wie hoch ist der Gesamtschaden am Ende der Abwicklung im 14-ten Folgejahr?

   b) Modellieren Sie diesen Gesamtschaden pro Folgejahr unter der Berücksichtigung des Gesamtschadens, aber ohne Diskontierungseffekte.

5. Was versteht man unter „versicherungstechnischem Risiko"? Überlegen Sie, welchen Risiken ein Haftpflichtversicherer ausgesetzt ist, und erläutern Sie diese anhand selbst gewählter Beispiele.

6. Betrachten Sie das folgende Schadendreieck:

A1	B	C	D	E	F	G
2	**Schadendreieck**					
3						
4	**kumuliertes Dreieck Gesamtschaden**					
5						
6	**FJ ⇨**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
7	**⇩ EJ**					
8	**1**	232	338	373	389	391
9	**2**	258	373	429	456	
10	**3**	221	203	307		
11	**4**	359	430		**IBNR**	
12	**5**	349				
13	**Total**					

   a) Ergänzen Sie das Dreieck mithilfe des Chain-Ladder-Verfahrens zu einem Schadenviereck und bestimmen Sie die Spätschadenreserve.

   b) Ergänzen Sie das Dreieck mithilfe des Cape-Cod Verfahrens zu einem Schadenviereck und bestimmen Sie die Spätschadenreserve.

7. Nun ist folgendes Abwicklungsdreieck gegeben, das Sie bitte für die Berechnungen der Spätschadenreserve verwenden.

A1	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2	**Schadendreieck**									
3										
4	**kumuliertes Dreieck Gesamtschaden**									
5										
6	**FJ ⇨**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**Prämie verdient**	**Aktueller Gesamt-schaden**
7	**⇩ EJ**									
8	**1**	20.000.000	22.000.000	23.000.000	25.000.000	30.000.000	31.000.000	33.000.000	100.000.000	33.000.000
9	**2**	25.000.000	27.000.000	29.000.000	34.000.000	36.000.000	39.000.000		110.000.000	39.000.000
10	**3**	27.000.000	29.000.000	35.000.000	36.000.000	40.000.000			110.000.000	40.000.000
11	**4**	25.000.000	29.000.000	30.000.000	35.000.000				115.000.000	35.000.000
12	**5**	30.000.000	33.000.000	38.000.000					120.000.000	38.000.000
13	**6**	35.000.000	40.000.000			IBNR			120.000.000	40.000.000
14	**7**	15.000.000							125.000.000	15.000.000
15	**Total**								800.000.000	240.000.000

a) Ermitteln Sie die Abwicklungsfaktoren und die korrespondierenden Lag-Faktoren sowie den Prämienkorrekturfaktor. Einen Tail-Faktor für die künftige Abwicklung verwenden wir nicht. Füllen Sie das Schadendreieck zu einem Quadrat, indem Sie die fehlenden Werte des unteren Spätschadendreiecks ergänzen.

b) Berechnen Sie die Spätschadenreserve pro Ereignisjahr mit der Chain-Ladder und auch der Cape-Cod Methode.

c) Beschreiben Sie mit eigenen Worten, welche Probleme bei den beiden oben genannten Methoden auftreten und wie man damit umgeht.

d) Ein stochastisches Modell ermöglicht Fehlerschätzungen z. B. für die Chain-Ladder-Methode bei der Reserveberechnung. Geben Sie ein Argument zur Motivation von Fehlerbetrachtungen an. Beschreiben Sie die Grundzüge des stochastischen Chain-Ladder-Modells zur Reserveberechnung mit eigenen Worten und berechnen Sie Parameter- und Prozessfehler für das obige Schadendreieck.

e) Welche Vorteile bringt die Simulation der Schadenreserve?

8. Zeigen Sie:

$$IBNR_j = \sum_{i=1}^{n-j} \frac{S_{ij}}{\sum_{l=1}^{n-j} S_{lj}} \cdot F_{ij}, (j = 1, \ldots, n-1)$$

wobei $F_{ij} = \frac{S_{i(j+1)}}{S_{ij}}$ die individuellen Abwicklungskoeffizienten von Ereignisjahr i sind, und interpretierten Sie die Darstellung.

LÖSUNGSVORSCHLÄGE

1. Der Großbrand von Herborn wurde am 7.7.1987 durch den Unfall eines Tanklasters ausgelöst. Damals kamen sechs Menschen ums Leben und 38 wurden verletzt. Zwölf Häuser brannten ab, und 44 Menschen verloren durch den Brand ihre Wohnung.

   Der Tanklaster war mit 28.000 Litern Benzin und 6.000 Litern Diesel beladen. Nachdem die Bremsanlage versagte, versuchte der Fahrer dennoch, den Lkw um eine Kurve zu manövrieren. Aufgrund der zu hohen Geschwindigkeit misslang jedoch das Ausweichmanöver. Der Lkw streifte ein Haus und kippte vor einer Eisdiele um, in der sich zahlreiche Gäste befanden. Das auslaufende Benzin entzündete sich nach einigen Minuten, und der Tanker explodierte. Mehrere Häuserfassaden stürzten ein, Kanaldeckel flogen hoch, Autos wurden weggerissen und die Eisdiele stand in Flammen. Insgesamt brannten zwölf Häuser vollständig aus.

   Dieser Unfall ging als einer der schwersten Unglücksfälle in die Geschichte des Straßenverkehrs ein und wurde zum Anlass genommen, einige Sicherheitsbestimmungen zu verschärfen und weitere Kontrollen einzuführen.

   Der Gesamtschaden ist schwer zu beziffern und dürfte zum aktuellen Stand 2013 etwa sieben Millionen Euro betragen. Schwere Personenschäden treiben dabei den Gesamtschaden ungleich stärker in die Höhe als Todesfälle.

2. Eine Spätschadenproblematik kann entstehen, wenn zwischen dem Eintritt eines Schadens und dem Erkennen dieses Schadens bzw. der Geltendmachung der Ansprüche durch den Geschädigten viele Jahre vergehen. Aufgrund der Versicherungsfalldefinition Schadenereignis in der Haftpflichtversicherung besteht ein beachtliches Spätschadenrisiko. Dieses kann für die Bereiche bei Personenschäden in Kraftfahrt-, Heilwesen- oder Umwelthaftpflicht durchaus in einem Bereich von mehr als zehn Jahren zwischen Eintritt und Erkennen des Schadens anzusiedeln sein. Versicherungsschutz hat grundsätzlich der Haftpflichtversicherer zu erbringen, bei dem zum Zeitpunkt des Eintritts des Schadenereignisses die Police bestand. Hierfür schätzen Unternehmen Rückstellungen und verwenden diese für die künftigen Zahlungen dieser Regulierungsaufwendungen.

3. Bei den Schadenreserven (IBNR: Incurred But Not Reported) ist zwischen der Reserve für bereits eingetretene und teilweise reservierte Versicherungsfälle (IBNER: Incurred But Not Enough Reserved) und der echten Spätschadenreserve (IBNYR: Incurred But Not Yet Reported) für am Bilanzstichtag noch unbekannte Schadenfälle zu unterscheiden. Die Höhe der voraussichtlichen Leistungen für letztere kann definitionsgemäß nicht durch Einzelfallprüfung, sondern muss mit mathematischen Schätzverfahren ermittelt werden.

4. a) 2 Millionen

b)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	2013	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**	**2022**	**2023**	**2024**	**2025**	**2026**	**2027**
Zahlung Pflege	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000	50.000
Zahlung Verdienstausfall	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000	70.000
Zahlung Schaden	100.000					100.000									
Gesamtzahlung aufgelaufen	220.000	340.000	460.000	580.000	700.000	920.000	1.040.000	1.160.000	1.280.000	1.400.000	1.520.000	1.640.000	1.760.000	1.880.000	2.000.000
Reserve	1.780.000	1.660.000	1.540.000	1.420.000	1.300.000	1.080.000	960.000	840.000	720.000	600.000	480.000	360.000	240.000	120.000	0
Gesamtschaden	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000

5. Unter versicherungstechnischem Risiko verstehen wir hier das Risiko, dass die tatsächlichen versicherten Schäden über den kalkulierten Erwartungen liegen. Es beinhaltet die Gefahr des technischen Ruins, d. h. des Eintritts des Ereignisses, dass der periodische Gesamtschaden des versicherten Bestandes das vorhandene Kapital (vereinnahmte Prämien, Reserven und vorhandenes Sicherheitskapital) übersteigt.

   Wesentliche Risiken in der Haftpflichtversicherung sind dabei das Prozess (Zufalls)-, Änderungs- oder Irrtumsrisiko. Beispiele:

   - Prozessrisiko: Es treten zufällig besonders hohe Schäden ein.
   - Änderungsrisiko: Aufgrund von Gesetzesänderungen werden höhere Schmerzensgelder zugesprochen.
   - Irrtumsrisiko: Eine fehlerhafte oder unvollständige Schadeninformation führt zu einer falschen Kalkulation der Schadenhöhe.

6. a) (Zur Vereinfachung mit gerundeten Werten!)

A1	B	C	D	E	F	G
2	**Schadendreieck**					
3						
4	**kumuliertes Dreieck Gesamtschaden**					
5						
6	**FJ ⇨**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
7	**⇩ EJ**					
8	**1**	232	338	373	389	391
9	**2**	258	373	429	456	458
10	**3**	221	203	307	323	325
11	**4**	359	430	522	550	553
12	**5**	349	438	532	560	563
13						
14	**IBNR**	1,256075	1,213348	1,053616	1,005141	1

$$= \frac{338 + 373 + 203 + 430}{232 + 258 + 221 + 359}$$

Excel:
=Sum(D8:D11)/Sum(C8:C11)

=C12*C14

b) (Zur Vereinfachung mit gerundeten Werten! Bem.: $ in Excel bedeutet bleibende Zuordnung – „wandert“ nicht mit)

A1	B	C	D	E	F	G	H	I
2	**Schadendreieck**							
3								
4	**kumuliertes Dreieck Gesamtschaden**							
5								
6	**FJ ⇨**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**aktueller Gesamt-schaden**	**B_i**
7	**⇩ EJ**							
8	**1**	232	338	373	389	391	391	460
9	**2**	258	373	429	456	458,08	456	500
10	**3**	221	203	307	325,93	327,84	307	460
11	**4**	359	430	525,82	555,04	557,99	430	710
12	**5**	349	439,27	533,75	562,55	565,46	349	700
13	**Total**							
14	**IBNR**	1,256075	1,213348	1,053616	1,005141	1		
15	**lag**	0,619569	0,778225	0,944258	0,994885	1		
16	**s**	0,812855						

=C$12+$C$16*$I$12*(D15-C15)

=1/Produkt(C14:$F14)

Lösungsvorschläge

7. a)

A1	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2	**Schadendreieck**									
3										
4	**kumuliertes Dreieck Gesamtschaden**									
5										
6	**FJ ⇨**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**Prämie verdient**	**Aktueller Gesamt-schaden**
7	**⇩ EJ**									
8	**1**	20.000.000	22.000.000	23.000.000	25.000.000	30.000.000	31.000.000	33.000.000	100.000.000	33.000.000
9	**2**	25.000.000	27.000.000	29.000.000	34.000.000	36.000.000	39.000.000	41.516.129	110.000.000	39.000.000
10	**3**	27.000.000	29.000.000	35.000.000	36.000.000	40.000.000	42.424.242	45.161.290	110.000.000	40.000.000
11	**4**	25.000.000	29.000.000	30.000.000	**35.000.000**	39.052.632	41.419.458	44.091.681	115.000.000	35.000.000
12	**5**	30.000.000	33.000.000	38.000.000	42.222.222	47.111.111	49.966.330	53.189.964	120.000.000	38.000.000
13	**6**	35.000.000	40.000.000	44.285.714	49.206.349	54.903.926	58.231.437	61.988.304	120.000.000	40.000.000
14	**7**	15.000.000	16.666.667	18.452.381	20.502.646	22.876.636	24.263.099	25.828.460	125.000.000	15.000.000
15	**Total**								800.000.000	240.000.000
16										
17		1,111	1,107	1,111	1,116	1,061	1,065	1,000	reine IBNR-Faktoren pro F	
18		1,722	1,550	1,400	1,260	1,129	1,065	1,000	Aufmultipl. IBNR-Faktoren	
19								1,000	Tail-Faktor	
20										
21		0,581	0,645	0,714	0,794	0,886	0,939	1,000	Lag-Faktoren	
22								0,382	Prämienkorrektur-Faktor	

= F11 * F17

= Sum(D8:D13) / Sum(C8:C13)

= Product(F17:$I17)

= 1 / F18

=(I8+H9+G10+F11+E12+D13+C14) / (J8*I21+J9*H21+J10*G21+J11*F21+J12*E21+J13*D21+J14*C21)

b)

		CHAIN-LADDER		**CAPE-COD**	
Prämie verdient	**aktueller Gesamtschaden**	**Reserve ohne Tail**	**erwarteter Endschaden**	**Reserve ohne Tail**	**erwarteter Endschaden**
100.000.000	33.000.000	0	33.000.000	0	33.000.000
110.000.000	39.000.000	2.516.129	41.516.129	2.548.551	41.548.551
110.000.000	40.000.000	5.161.290	45.161.290	4.805.839	44.805.839
115.000.000	35.000.000	9.091.681	44.091.681	9.065.045	44.065.045
120.000.000	38.000.000	15.189.964	53.189.964	13.100.651	51.100.651
120.000.000	40.000.000	21.988.304	61.988.304	16.272.258	56.272.258
125.000.000	15.000.000	10.828.460	25.828.460	20.033.775	35.033.775
800.000.000	240.000.000	64.775.828	304.775.828	65.826.118	305.826.118
125.000.000	15.000.000	10.828.460	25.828.460	20.033.775	35.033.775
800.000.000	240.000.000	64.775.828	304.775.828	65.826.118	305.826.118

=K12+(1-HLOOKUP(7-$B12+1;$C$6:$I$21;16;FALSE))*J12*$I$22/$I$19-K12

=HLOOKUP(7-$B12+1;$C$6:$I$18;13;FALSE)*K12/$I$19-K12

c) Diese Verfahren lassen sich relativ einfach anwenden, da es sich um deterministische Modelle handelt. Die Prognosen werden schlechter, je weiter man in der Zukunft liegt. Auch wird von konstanten Entwicklungen in den Folgejahren ausgegangen, und es bleibt beispielsweise die Inflation unberücksichtigt. Diese Verfahren reagieren sensibel auf Änderungen in Schäden im Dreieck. So wirkt sich ein Großschaden in der Kalkulation der IBNR-Faktoren stark aus, und eine Herausnahme solcher Schäden stabilisiert die Kalkulation enorm (besonders wenn die Anzahl der Schäden gering ist). Die Chain-Ladder-Methode scheitert, wenn der aktuelle Gesamtschaden eines Ereignisjahres gleich Null ist, und es werden auch keine Prämien berücksichtigt. Diese Nachteile werden durch Anwendung des Cape-Cod-Verfahrens behoben. Für beide Methoden ist die fortgesetzte Multiplikation von Faktoren zu nennen, die zu einer systematischen Fehlereinschätzung führen kann.

d) Man kennt den Erwartungswert der Spätschadenreserve bereits aus dem klassischen deterministischen Chain-Ladder-Verfahren. Um einen ausreichenden Kapitalpuffer gegen negative Abweichungen der tatsächlichen von der erwarteten Schadenentwicklung sicherzustellen, addiert man zu einem vorgegebenen Vertrauensniveau (etwa 99,5%) einen Zuschlag, welcher oft als ein Vielfaches der Standardabweichung gewählt und mithilfe der Quantilsfunktion der Standardnormalverteilung bestimmt wird:

$$VaR_\alpha(R) = ER + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot SR.$$

Es wird angenommen, dass die Ereignisjahre unabhängig sind, und es wird die Existenz der positiven Konstanten für die Abwicklungsfaktoren $IBNR_j$ und Volatilitätsparameter σ_j^2 vorausgesetzt, welche auch erwartungstreu geschätzt werden können durch die Schätzer $\widehat{IBNR}_j$ und $\hat{\sigma}_j^2$. Diese Situation liegt vor, wenn sich der Abwicklungsstand mithilfe unabhängiger Fehlergrößen ε_{ij} mit $E(\varepsilon_{ij})=0$ und $Var(\varepsilon_{ij})=1$ wie folgt entwickelt:

$$S_{i(j+1)} = S_{ij} \cdot IBNR_j + \sqrt{S_{ij}} \cdot \sigma_j \cdot \varepsilon_{i(j+1)}$$

wobei der zweite Summand den Fehler modelliert.

Der Fehler der Modellprognose $\hat{R}_i = \hat{S}_{in} - S_{i(n-i+1)}$ für die Spätschadenreserve $R_i = S_{in} - S_{i(n-i+1)}$ für das *EJ i* lässt sich in zwei Bestandteile zerlegen, in die Prozessvarianz PV_i^2 und in den Parameterschätzfehler PE_i^2:

$$SR_i^2 = E\left(\left(S_{in} - E(S_{in}|D)\right)^2\right) + E\left(\left(E(S_{in}|D) - \hat{S}_{in}\right)^2\right) =: PV_i^2 + PE_i^2.$$

Durch Einsetzen der Schätzer erhält man schließlich die Varianz des Schätzers für die Gesamtreserve.

Für das Beispiel ergeben sich folgende Werte:

EJ	Schätzer PV_i^2	Schätzer PV_i	Schätzer PE_i^2	Schätzer PE_i	mittl. Abweichung SR_i
1	0	0	0	0	0
2	452.614.040.518	672.766	569.417.663.877	754.598	1.010.956
3	2.346.672.463.944	1.531.885	1.797.627.647.347	1.340.756	2.035.755
4	8.724.736.811.269	2.953.767	4.083.774.914.063	2.020.835	3.578.898
5	19.640.183.149.660	4.431.725	8.903.490.524.499	2.983.872	5.342.628
6	35.034.345.838.243	5.918.982	15.562.737.575.108	3.944.964	7.113.163
7	15.767.944.498.305	3.970.887	2.810.225.310.404	1.676.373	4.310.240
Total	81.966.496.801.938	9.053.535	123.267.530.338.722	11.102.591	14.325.991

101.677.137	$VaR_{99,5}$
64.775.828	Erwartungswert Reserve ER
14.325.991	Standardabweichung Reserve SR
2,57583	99,5% Quantil Φ (0,1)

e) Die Simulation liefert die empirische Verteilungsfunktion, die sämtliche Information über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schadenreserve enthält. Dadurch wird es beispielsweise möglich, statistische Kennzahlen und Konfidenzintervalle zu berechnen.

7. Mit den Definitionen der individuellen Abwicklungsfaktoren $F_{ij} = \frac{S_{i(j+1)}}{S_{ij}}$ für Ereignisjahr i und des Abwicklungskoeffizienten berechnet man

$$IBNR_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} S_{i(j+1)}}{\sum_{i=1}^{n-j} S_{ij}} = \sum_{i=1}^{n-j} \frac{S_{ij}}{\sum_{l=1}^{n-j} S_{lj}} \cdot F_{ij}.$$

Der Schätzer des Abwicklungskoeffizienten ist also ein mit dem aktuellen Schadenstand gewichtetes Mittel der individuellen Abwicklungsfaktoren aller Ereignisjahre. Die Gewichtung sorgt dafür, dass Ereignisjahre mit fortgeschrittener Schadenabwicklung stärker berücksichtigt werden als jüngere Ereignisjahre, deren aktueller Schadenstand weniger Information enthält, also unsicherer ist.

GLOSSAR

Abwicklungsdreieck: Dreieck, in dem die bisher geleisteten Zahlungen bzw. verursachten Aufwendungen für Schadenfälle einer bestimmten Anzahl von Jahren aufgeführt werden.

aggregieren: zusammenfassen, anhäufen

Algorithmus: immer wiederkehrende Rechenroutine

analytisch: mit einer geschlossenen Formel auswertbar, auf einem logischen, systematisch aufgebauten Verfahren beruhend

approximiert: bestimmt näherungsweise, ist näherungsweise gleich, nähert an

Beobachtungsjahr: bezeichnet ein Kalenderjahr (oder ein Wirtschaftsjahr), in dem Schadenaufwendungen/-zahlungen für mehrere EJ beobachtet werden. Beispiel: Im Beobachtungsjahr 2014 werden die Zahlungen/Aufwendungen des 5. FJ des EJ 2010, des 4. FJ des EJ 2011, … , des 1. FJ des EJ 2014 beobachtet. Im Abwicklungsdreieck zeigt die Hauptdiagonale das aktuelle Beobachtungsjahr; vorangegangene Beobachtungsjahre stehen auf den Nebendiagonalen.

Bootstrapping: ist eine spezielle Simulationsmethode, die aus den vorliegenden Beobachtungen eine zufällige Stichprobe zieht. Die englische Redewendung to pull oneself up by one's bootstraps würde übersetzt etwa heißen, dass man sich selbst an seinen Stiefelschlaufen in die Höhe zieht, so wie Baron Münchhausen sich am eigenen Schopf aus einem Sumpf zog. Wenn man sich nun fragt, weshalb für diese Simulationsmethode der Begriff „Bootstrapping" verwendet wird, wird oft auf Münchhausen verwiesen: Da man immer wieder aus der vorliegenden Stichprobe neue generiert, klingt das zunächst sehr verwunderlich. Man will etwas ableiten, bekommt aber keinen weiteren Input. Das klingt zunächst so wenig erfolgversprechend wie die Aktion von Münchhausen.

Chain-Ladder-Methode: Der Name Chain-Ladder leitet sich von der Aufarbeitung der Daten ab, da sich diese tabellarisch wie eine Kette aufbauen und ältere Daten neuere begründen.

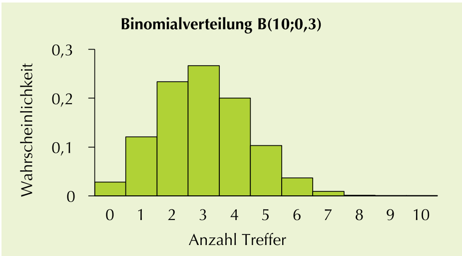
deterministisch: im Vorgehen klar vorgegeben, nicht vom Zufall abhängig

empirisch: auf Beobachtungsdaten beruhend (wie z. B. bei einem physikalischen Versuch)

extrapolieren: Werte mithilfe bekannter Werte näherungsweise bestimmen.

Histogramm: graphische Darstellung einer Häufigkeitsverteilung von Ausprägungen eines Merkmals

Beispiel (s. Abb.):
Histogramm für die Binomialverteilung „k Treffer bei 10 Versuchen und einer Trefferwahrscheinlichkeit von p = 0,3"



IBNR-Faktor: Der Abwicklungsfaktor gibt an, wie stark sich der kumulierte Schadenstand von einem Jahr zum nächsten ändert (erhöht oder verringert).

IBNR-Schaden: (IBNR ≙ incurred but not reported) ein IBNR-Schaden ist ein Schaden, der bereits eingetreten ist, von dem das Versicherungsunternehmen aber noch keine Kenntnis erlangt hat (IBNYR ≙ Incurred but not yet reported), bzw. dessen Höhe es noch nicht kennt und daher noch keine ausreichende Rückstellung gebildet hat (IBNER ≙ incurred but not enough reserved). Es gilt: IBNR = IBNER + IBNYR

iterativ: sich schrittweise in wiederholten Rechengängen der exakten Lösung annähernd

Konfidenzintervalle: mithilfe statistischer Überlegungen angegebene Bandbreiten, innerhalb derer sich der Wert in der Grundgesamtheit wahrscheinlich bewegt.

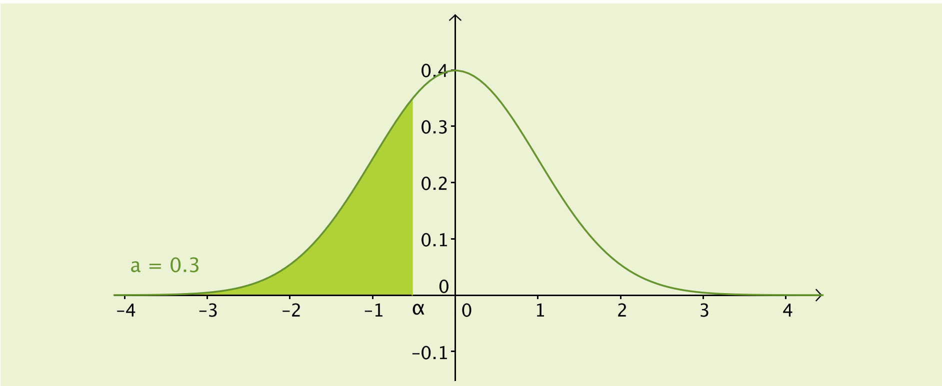
Lag-Faktor: gibt an, wie viel Prozent von der endgültigen Schadenlast jeweils am Ende eines bestimmten Folgejahres im Durchschnitt bekannt sind.

limitieren: begrenzen – hier: die Schadenhöhe

Portefeuilles: Alle von einem Erst- oder Rückversicherer insgesamt oder in einem definierten Teilsegment (z. B. Sparte, Land) übernommenen Risiken

Quantil: Ganz allgemein eine Grenze – hier α – die festlegt, wie viele Werte (d. h. welcher Anteil der gesamten Werte, hier 30%) über oder unter einem gewissen Wert liegen.

Beispiel (s. Abb.):
30%-Quantil für die Normalverteilung



R-Code: Programm, das in der Statistiksoftware R geschrieben ist.

resamplen: Resampling (engl.) bzw. **Stichprobewiederholung** bezeichnet die Bestimmung der statistischen Eigenschaften von Stichprobenfunktionen, auf Basis einer wiederholten Ziehung von Stichproben aus einer Ausgangsstichprobe. Die Stichprobenfunktion wird auf Basis der gezogenen Unterstichproben wiederholt berechnet und anhand der Ergebnisse ihre Verteilungseigenschaften untersucht.

Risiko (Zufalls-, Änderungs-, Irrtumsrisiko): Gefahr / Möglichkeit, dass Größen von ihren Plan- oder Zielwerten abweichen. Diese Abweichungen können auf zufällige Schwankungen (Zufallsrisiko), auf Änderungen von Einflussgrößen, z. B. in Gestalt von Trends, Klimawandel, medizinischem Fortschritt (Änderungsrisiko) oder auf falsche Annahmen, unpassende Modelle etc. (Irrtumsrisiko) zurückgeführt werden.

Rückstellungen/Reserven: Rückstellungen werden gebildet, um künftige ungewisse Zahlungsverpflichtungen erfüllen zu können. Eine Rückstellung zu bilden, bedeutet, Geld zurückzulegen/zu reservieren, mit dem später die Zahlungen beglichen werden. Im Geschäftsjahr, in dem die Rückstellung gebildet wird, verringert sich der Gewinn um den Betrag der Rückstellung. Werden die Zahlungen fällig, wird das Geld der Rückstellung entnommen, sodass die Auszahlung nicht zu Lasten des Jahresergebnisses im Geschäftsjahr der Auszahlung geht. Schadenreserven sind Rückstellungen, die zur Begleichung künftiger Ansprüche aus Schadenereignissen verwendet werden. Neben den reinen Schadenreserven, die Sachschäden, Unfallkosten und medizinische Aufwendungen umfassen, werden auch Rentenreserven für Invaliditäts- oder Hinterbliebenenrenten gebildet.

Schätzer: Faktor, der aufgrund von vorhandenen empirischen Daten einer Stichprobe ermittelt wurde und damit Informationen über einen unbekannten Parameter einer Grundgesamtheit liefert bzw. auf diese schließen lässt. (vgl. auch „Schreibweisen“ am Ende des Glossars)

Simulation: Eine Simulation liefert eine vorgegebene Anzahl von Realisierungen (Zufallszahlen) einer oder mehrerer Zufallsgrößen. Mit diesen Zufallszahlen können abgeleitete Größen bestimmt und analysiert werden.

Solvency II: (engl.: solvency: im allgemeinen Sinn Zahlungsfähigkeit). Solvency II ist das derzeit wichtigste Projekt im Bereich der Versicherungsaufsicht auf EU-Ebene. Die Solvency II-Richtlinie hat die Hauptziele, den Versichertenschutz zu stärken, einheitliche Wettbewerbsstandards im Versicherungssektor des europäischen Binnenmarktes zu schaffen und damit eine weitgehend einheitliche Aufsichtspraxis in Europa zu gewährleisten (Richtlinie 2009/138/EG, Erwägungsgrund 3 und Artikel 27, Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht).

Spätschaden: siehe IBNR-Schaden

Standardabweichung: Die Standardabweichung σ ist die Wurzel aus der
→ Varianz : $\sigma = \sqrt{Var(X)}$

stochastisch: Vom Zufall abhängig; Gegenteil von deterministisch

Varianz: mittlere quadratische Abweichung vom Erwartungswert μ (Schreibweise s. unten!):

$$\mathrm{Var(X)} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \cdot P(X = x_i)$$

Zufallszahl: Realisierung einer Zufallsgröße. Ein Zufallszahlengenerator erzeugt eine vorgegebene Anzahl von Realisierungen einer Zufallsgröße mit vorgegebener Verteilung.

ANMERKUNGEN UND SCHREIBWEISEN

Zu S. 18 ff – Summen und Produkte

Schreibweisen: Σ und Π

- Die Schreibweise $\sum_{i=1}^{n-j} S_{i(j+1)}$ bedeutet, dass die Schadenlasten im Folgejahr $j+1$ (also in Spalte $j+1$) vom Ereignisjahr 1 bis zum Ereignisjahr $n-j$ **aufsummiert** werden.
- Die Schreibweise $\prod_{h=n-i+1}^{j-1} IBNR_h$ bedeutet, dass die IBNR-Faktoren von $n-i+1$ bis $j-1$ miteinander **multipliziert** werden.

Die unterschiedlichen Schreibweisen z. B. für die Summen: $\sum_{i=2}^{n} \hat{S}_{in}^2$ oder $\sum_{i=2}^{n} \hat{S}_{in}^2$ bzw.: $\sum_{i=2}^{n} \hat{S}_{in}^2$ bedeuten alle das Gleiche und sind den unterschiedlichen Formelumfängen und -standorten im Text bzw. in der Formel geschuldet.

Zu S. 26 ff – bedingte Erwartungswerte, bedingte Varianz

Schreibweise: $E(S_{i(j+1)}|S_{ij})$

Diese Schreibweise lehnt sich an diejenige für die bedingte Wahrscheinlichkeit an: P(A|B), ebenso üblich ist $P_B(A)$, was bedeutet, dass es um die Wahrscheinlichkeit von A geht, wobei die Information schon gegeben ist, dass B eingetreten ist.

Analog gilt hier: „Gegeben, dass der Wert S_{ij} bekannt ist, wird $S_{i(j+1)}$ einen mittleren Wert von ... annehmen".

Der bedingte Erwartungswert ist also eine Funktion der bedingenden Zufallsgröße. Ist die bedingende Zufallsgröße bekannt, ist auch der Erwartungswert bekannt.

Zur Veranschaulichung dient folgendes **Beispiel**, das die Abhängigkeit des Erwartungswertes vom Ereignis zeigt:

Beim Werfen eines Laplace-Würfels sei das Ereignis B: „Augenzahl ist gerade".
Damit gilt: $P_B(2) = P_B(4) = P_B(6) = \frac{1}{3}$, aber auch: $P_{\bar{B}}(1) = P_{\bar{B}}(3) = P_{\bar{B}}(5) = \frac{1}{3}$

Für die (bedingten) Erwartungswerte gilt demnach:
$E_B(X) = \frac{1}{3}\cdot 2 + \frac{1}{3}\cdot 4 + \frac{1}{3}\cdot 6 = 4$, aber: $E_{\bar{B}}(X) = \frac{1}{3}\cdot 1 + \frac{1}{3}\cdot 3 + \frac{1}{3}\cdot 5 = 3$

Die wahrscheinlichkeitsgewichtete Mittelung erfolgt also nicht mehr über alle Elementarereignisse ω aus Ω, sondern über die Elementarereignisse des eingetretenen Ereignisses B. Als Wahrscheinlichkeitsgewichte werden die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P_B(\omega)$ herangezogen.

Nun gibt es ja für den allgemeinen Fall mehr Möglichkeiten, um Ω zu zerlegen, sowohl endliche als auch unendliche.

Bedeutet nun das Ereignis B_i, dass genau i Schäden eintreten, so braucht man eine unendliche Zerlegung $\Omega = \cup_{i \in N} B_i$, wenn wir keine sinnvolle obere Schranke für eine maximale Schadenanzahl angeben können. Tritt nun B_i ein, so gibt der bedingte Erwartungswert $E_{B_i}(X)$ einen mittleren Schaden an, wenn wir wissen, dass insgesamt i Schäden eingetreten sind. Wenn z. B. in der Hagelversicherung sehr viele Schäden gemeldet werden, ist davon auszugehen, dass auch die Schadenhöhen der gemeldeten Fälle im Mittel höher ausfallen als bei einer mittleren Anzahl von Schadenereignissen; denn eine hohe Schadenanzahl deutet auf überdurchschnittliche starke Hagelschauer hin.

Ganz allgemein gilt, dass der bedingte Erwartungswert eine wahrscheinlichkeitsgewichtete Mittelung in Abhängigkeit von der Information des bedingenden Ereignisses vornimmt. Wenn nun diese Information im Wert der Zufallsgröße S_{ij} besteht, so ist folglich $E(S_{i(j+1)}|S_{ij})$ eine Funktion von S_{ij}.

Genau wie die gewöhnliche unbedingte Varianz mithilfe des Erwartungswertes dargestellt werden kann, lässt sich auch die bedingte Varianz einführen:

$$Var(X|B) = E(X^2|B) - (E(X|B))^2$$

bzw. im vorliegenden Kontext:

$$Var(S_{ij+1}|S_{ij}) = E(S_{ij+1}{}^2|S_{ij}) - (E(S_{ij+1}|S_{ij}))^2$$

Zu S. 26 ff – Schätzer

Schreibweise: $\hat{S}_{in}$

Die Schadenabwicklung wird durch die Zufallsvariablen S_{ij} (mit $i = 1, \ldots, n$; $j = 1, \ldots, n$) beschrieben. Von den Zufallsvariablen im oberen Dreieck, d. h. für $i + j \leq n + 1$ liegen die Realisationen (Beobachtungswerte) $s_{ij} = S_{ij}(\omega)$ vor, während die Realisationen der Zufallsvariablen im unteren Dreieck **erst in der Zukunft** beobachtet werden können. Um eine statistische Prognose für diese künftigen Werte auf Basis der vorliegenden Daten angeben zu können, konstruieren wir einen Schätzer $\hat{S}_{kl} = f_{kl}(S_{ij}|i + j \leq n + 1)$ (mit $k = 2, \ldots n, k + l > n + 1$) einer geeigneten Funktion f_{kl}. Der Schätzwert, d. h. der Zahlenwert der im unteren Dreieck des ergänzten Vierecks eingetragen wird, ergibt sich dann aus den Beobachtungswerten des oberen Dreiecks: $\hat{s}_{kl} = \hat{S}_{kl}(\omega) = f_{kl}(s_{ij}|i + j \leq n + 1)$ (mit $k = 2, \ldots n, k + l > n + 1$).

Der Schätzer $\hat{S}_{kl}$ ist also von der „wahren" Zufallsgröße S_{kl} zu unterscheiden. Wird nun ein Abwicklungsdreieck bzw. das ergänzte Viereck mit Zahlenwerten dargestellt, stehen im (oberen) Dreieck die **eingetretenen** Werte der Zufallsgrößen S_{ij} – also die **eingetretenen** Schäden. Außerhalb dieses Dreiecks – d. h. im ergänzten Viereck – befinden sich lediglich Schätzwerte (Realisationen der Schätzer), die aufgrund der vorliegenden Daten für die IBNR-Schäden angenommen, also mithilfe stochastischer Methoden geschätzt werden. Dies wird durch die „Hütchen"-Schreibweise $\hat{S}_{ij}$ dargestellt.

Somit kommt man auf die Modellprognose (s. S. 27): $\hat{R}_i = \hat{S}_{in} - S_{i(n-i+1)}$ für die Spätschadenreserve $R_i = S_{in} - S_{i(n-i+1)}$ für das i-te EJ – was wegen der Berechnung mithilfe eines Schätzers wiederum einen Schätzer darstellt und deshalb mit „Hütchen" geschrieben wird. $\hat{R}_i - R_i$ stellt dann den Fehler der Modellprognose für die Spätschadenreserve dar.

MATHEMATIK IN VERSICHERUNGEN

Mathematik spielt im Versicherungswesen eine entscheidende Rolle. Denn den Mathematikern obliegt es, Versicherungstarife mithilfe statistischer Methoden zu berechnen, mit denen der Bedarf der potenziellen Kunden nach einem bestimmten Versicherungsschutz möglichst genau abgeschätzt wird. Bei der konkreten Berechnung des Tarifs muss dann z. B. auf Basis so genannter „angemessener versicherungsmathematischer Annahmen“ bestimmt werden, wie hoch die Monats- oder Jahresbeiträge (Prämien) sein müssen, damit ausreichende Rücklagen für die Entschädigung aller Versicherungsnehmer im Schadensfall gebildet werden können.

Ist ein Tarif kalkuliert und an Kunden ausgegeben worden, ist die Arbeit der Mathematiker damit aber noch nicht getan. So wird u. a. kontinuierlich überprüft, ob die zu Vertragsbeginn ermittelten finanziellen Rücklagen für den Leistungsfall nach wie vor ausreichend hoch sind. Diese laufende Kontrolle ist sehr wichtig, da z. B. Verträge für kapitalbildende Lebensversicherungen zum Teil über viele Jahrzehnte abgeschlossen werden.

Während der Vertragslaufzeit erhält ein Versicherungsunternehmen von seinen Kunden fortlaufend Zahlungen, die oftmals erst zu einem viel späteren Zeitpunkt wieder ausgezahlt werden. Die Überwachung der aktuellen und zukünftigen Kapitalanlagen nach Laufzeit und erreichbarer Rendite ist daher ebenfalls eine wichtige Aufgabe.

(Versicherungs-)Mathematikerinnen und Mathematiker, die bei den Unternehmen die oben genannten Aufgaben bearbeiten, werden Aktuarinnen bzw. Aktuare genannt. Sie sind Experten, die speziell in den verschiedenen versicherungsmathematischen Disziplinen der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Statistik geschult wurden. Mit ihrer Expertise stellen sie sicher, dass die abgeschlossenen Versicherungsverträge auch bei sehr langen Laufzeiten von 30, 40 oder 50 Jahren, wie sie im Bereich der Altersvorsorge üblich sind, immer erfüllt werden können. Aktuare stehen somit für einen hohen Kundenschutz.

Vielfältige Aufgabengebiete

Aktuare arbeiten in allen Zweigen der Versicherungsbranche. So sind sie in der Erst- und Rückversicherung, in Pensionskassen und -fonds, bei Beratungsunternehmen, der staatlichen Aufsichtsbehörde über Finanzgeschäfte und in Verbänden zu finden.

Sie sind dabei mit einer Vielzahl von Aufgaben betraut. Neben der klassischen Tarifentwicklung berechnen sie die von den Unternehmen benötigten Finanzreserven, beraten die Unternehmensleitung zu sinnvollen Konzepten für die verschiedenen Versicherungsarten und bewerten diese. Zusätzlich dokumentieren sie diese Vorgänge z. B. für die Aufsichtsbehörde. Sie erarbeiten Strategien für eine sichere Kapitalanlage der Finanzmittel der Versicherungsunternehmen oder kontrollieren im Risikomanagement die verschiedenen Risiken, die sich aus der Vielfalt der abgeschlossenen Versicherungsverträge und der einzelnen Kapitalanlagen ergeben. Häufig arbeiten sie dabei interdisziplinär, d. h. die regelmäßige Kommunikation mit Juristen, Betriebswirten, Wirtschaftsprüfern und Informatikern ist ein wichtiger Bestandteil ihrer Arbeit.

Für das spätere Berufsleben als Aktuar bietet ein Studium der (Wirtschafts-)Mathematik grundsätzlich eine hervorragende Basis. Viele Hochschulen haben zudem auch Bachelor- und Masterstudiengänge eingerichtet, die einen besonderen Schwerpunkt auf die Ausbildung im Bereich Versicherungs- und Finanzmathematik legen. Dabei wird nicht nur das wichtigste wahrscheinlichkeitstheoretische und statistische Wissen vermittelt, sondern es werden auch nützliche betriebswirtschaftliche Grundlagen geschaffen.

Zur Förderung der aktuariellen Wissenschaft setzt sich insbesondere die Deutsche Gesellschaft für Versicherungs- und Finanzmathematik e.V. (DGVFM) ein. Die Schulmaterialien sollen dabei bereits Schüler auf das vielfältige und spannende Feld der Versicherungsmathematik aufmerksam machen.

Um nach Abschluss des Studiums die für die tägliche Arbeit notwendigen Kenntnisse zu erlangen, besteht die Möglichkeit eine berufsbegleitende Ausbildung zur Aktuarin bzw. zum Aktuar bei der Deutschen Aktuarvereinigung e.V. (DAV) zu absolvieren. Die Ausbildung dauert in der Regel drei bis vier Jahre und vermittelt ein umfassendes Wissen in der Versicherungs- und Finanzmathematik. Hinzu kommt die Vertiefung in einem Spezialfach, sodass alle weitergehenden Methoden des eigenen Tätigkeitsbereichs im Unternehmen erlernt werden.

Wie in den meisten Berufen ist natürlich auch nach der abgeschlossenen Ausbildung eine kontinuierliche Weiterbildung unerlässlich. Hierfür bietet sich eine Vielzahl von Möglichkeiten, die von Selbststudium bis zu regelmäßigen Fachtagungen reichen, bei denen zweimal im Jahr über tausend Aktuarinnen und Aktuare aus ganz Deutschland zusammenkommen.

Beruf der Zukunft

Aufgrund ihrer besonderen Fachkenntnisse werden Aktuare inzwischen nicht nur bei der Entwicklung von Versicherungsprodukten eingesetzt, sondern auch in vielen weiteren Positionen innerhalb der Finanzdienstleistungsbranche. Daher sind sie gesuchte Spezialisten. Ihr Arbeitsplatz bietet viel Abwechslung, gute Aufstiegschancen und sehr gute Gehaltsaussichten. Der Beruf ist dabei längst keine Männerdomäne mehr, inzwischen beginnen mehr Frauen als Männer die aktuarielle Ausbildung. Da auch Versicherungen ihre Angebote immer stärker in ganz Europa anbieten, eröffnet sich darüber hinaus die Möglichkeit einer internationalen Karriere. Durch neue, gemeinsame Finanzaufsichtsregeln entstehen weitere spannende Aufgabengebiete, die auch für Aktuare neue Herausforderungen und Chancen bieten. Organisiert sind Aktuarinnen und Aktuare hierzulande in der Deutschen Aktuarvereinigung e.V. (DAV), die Ende 2014 mehr als 4.300 Mitglieder hat. Ferner stehen derzeit rund 1.800 meist jüngere Finanz- und Versicherungsmathematiker im geregelten Ausbildungsgang zum Aktuar.

Wir schaffen neues Wissen

DAV

DEUTSCHE AKTUARVEREINIGUNG e.V.

DGVFM

DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR VERSICHERUNGS- UND FINANZMATHEMATIK e.V.